

NOTE SUR LE CALCUL DE LA REPARTITION DE LA SUSTENTATION SUR LA SURFACE DE L'AILE.

Par Ing. Dr Svetopolk PIVKO.

I. CONSIDERATIONS GENERALES.

Le calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions ou de planeurs de forme en plan classique ou en flèche, en négligeant les effets de la viscosité et de la compressibilité de l'air, ne présente pas, comme l'on sait, de difficultés.

Il existe aujourd'hui un certain nombre de méthodes de calcul bien éprouvées au moyen desquelles on peut effectuer le calcul de la répartition de la sustentation et d'autres caractéristiques aérodynamiques intéressantes en un temps réduit et avec une précision satisfaisante.

La plupart de ces méthodes de calcul ne peuvent cependant être appliquées qu'au cas des ailes droites ou en flèche avec les bords d'attaque et de fuite rectilignes.

Le problème se complique ainsi pour des avions ou planeurs actuels qui ont des ailes de forme irrégulière où les bords d'attaque et de fuite forment souvent des lignes brisées.

Dans la présente Note, une méthode de calcul est brièvement exposée qui donne la possibilité de calculer la répartition de la sustentation sur les surfaces portantes de forme en plan quelconque, avec une précision désirée.

II. PRINCIPE DE LA METHODE.

Le calcul de la répartition de la sustentation suivant l'envergure de l'aile est effectué en admettant, comme point de départ, une répartition quasi réelle de la sustentation suivant la profondeur des profils constitutifs. De cette façon, l'influence de l'épaisseur et de la courbure intervient dans les calculs. On sait que, dans les méthodes classiques, on suppose l'aile mince et plane.

D'une façon analogue au schéma proposé par FALKNER 1), l'effet aérodynamique de l'aile réelle est remplacé par celui dû à un système de tourbillons en fer à cheval. Chaque tourbillon en fer à cheval se compose d'une base constituée par un tourbillon „lié" et de deux tourbillons „libres".

Dans la méthode proposée, l'intensité de chaque tourbillon lié varie le long de sa base suivant une loi linéaire, une série des sinus ou suivant une autre loi.

Pour des ailes en flèche ou de forme arbitraire, la base des tourbillons est convenablement inclinée suivant l'angle de flèche local de l'aile.

Dans un certain nombre de points de contrôle (pivotal points) situés sur la surface de l'aile, on calcule la déviation de l'écoulement provoquée par l'ensemble des tourbillons remplaçant l'aile. Cette déviation doit être égale à l'incidence géométrique locale. Le problème posé se ramène ainsi à la résolution d'un système d'équations linéaires.

Le reste du calcul et la détermination des caractéristiques aérodynamiques de l'aile s'effectue d'une manière analogue aux autres méthodes.

III. REPARTITION DE LA SUSTENTATION SUIVANT LA PROFONDEUR.

Les méthodes classiques de calcul de la répartition de la sustentation suivant l'envergure supposent l'aile infiniment mince et plane, c'est-à-dire on néglige l'influence de l'épaisseur et de la courbure de l'aile.

Cette conception réduit chaque profil constitutif à un seul point.

L'expression pour la répartition théorique de la circulation suivant la profondeur de l'aile est ainsi réduite à un seul terme proportionnel à

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{x}{l}}{\frac{x}{l}}}$$

1) Voir Référence 1 sur page 21.

l - étant la corde du profil, et
 $x = \frac{l}{2} (1 + \cos \theta)$ la position du point considéré en
 arrière du point d'attaque.

Cette répartition de la circulation ne dépend évidemment que de l'incidence du profil.

Les méthodes plus avancées, par exemple celle de FALKNER 1) admettent, comme l'on sait, une répartition théorique de la circulation suivant la corde du profil qui est proportionnelle aux plusieurs termes,

$$A_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + A_1 \sin \theta + A_2 \sin 2\theta.$$

Ici les termes $\sin \theta$ et $\sin 2\theta$ tiennent déjà compte du contour du profil.

Au lieu d'une répartition théorique on peut admettre, pour chaque profil d'aile, une répartition réelle de la sustentation ou de la circulation, basée sur la répartition réelle des pressions suivant la corde, en courant plan.

Pour l'application dans les calculs, la répartition continue de la sustentation suivant la corde doit être remplacée par un ou plusieurs tourbillons individuels.

L'intensité de ces tourbillons, leur position par rapport au bord d'attaque et la position des points de contrôle correspondants où la déviation de l'écoulement provoquée doit être égale à l'incidence géométrique de l'aile peuvent être déterminées en considérant les conditions suivantes:

- L'intensité totale des tourbillons isolés doit être égale à la circulation réelle autour du profil.
- En certains points de contrôle, la déviation totale de l'écoulement dû aux tourbillons doit être égale à l'incidence géométrique locale.
- Le moment longitudinal total dû aux tourbillons doit être égal au moment longitudinal réel du profil.

Pour toute section de l'aile, il est aisé de déterminer, en utilisant les résultats d'essais en courant plan, la répartition des pressions réelle suivant la corde

$$c_p = f\left(\frac{x}{l}\right).$$

Pour tout profil déduit ou de forme quelconque, avec la répartition des pressions inconnue, il est aisé de déterminer la répartition des pressions en utilisant p.e. le procédé proposé par ALLEN 2).

A titre d'exemple, un profil d'aile dont la répartition des pressions est représentée sur la fig. 1 doit être remplacé par deux tourbillons isolés. Les intensités Γ_1 et Γ_2 des tourbillons et leurs positions x_1 et x_2 en arrière du bord d'attaque (fig. 2) peuvent être déterminées en considérant la première et la troisième des conditions mentionnées plus haut, soit

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2} V.l.c_{z_1}$$

$$\Gamma_2 = \frac{1}{2} V.l.c_{z_2}$$

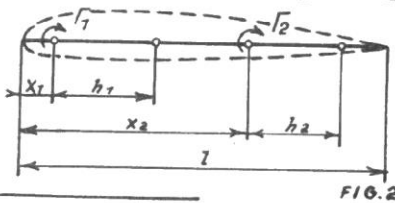


FIG. 2

$$\text{et } \frac{x_1}{l} = \frac{c_{m_1}}{c_{z_1}} ; \quad \frac{x_2}{l} = \frac{c_{m_2}}{c_{z_2}}$$

$$\text{où } c_{z_1} = \int_0^{\frac{1}{2}} c_p \cdot d\left(\frac{x}{l}\right) ; \quad c_{z_2} = \int_{\frac{1}{2}}^1 c_p \cdot d\left(\frac{x}{l}\right)$$

$$c_{m_1} = \int_0^{\frac{1}{2}} c_p \cdot \frac{x}{l} \cdot d\left(\frac{x}{l}\right) ; \quad c_{m_2} = \int_{\frac{1}{2}}^1 c_p \cdot \frac{x}{l} \cdot d\left(\frac{x}{l}\right)$$

1) Voir Référence 1 sur page 21.

2) Voir Référence 2 sur page 21.

La seconde des conditions permet la détermination des positions des points de contrôle h_1 et h_2 (fig. 2) au moyen des équations

$$\frac{\Gamma_1}{h_1} - \frac{\Gamma_2}{(x_2 - x_1 - h_1)} = 2 \pi V \alpha_g$$

$$\frac{\Gamma_1}{(x_2 - x_1 + h_2)} + \frac{\Gamma_2}{h_2} = 2 \pi V \alpha_g$$

V - étant la vitesse du courant et
 α_g - l'incidence géométrique.

Un procédé analogue peut être appliqué dans le cas du remplacement d'un profil d'aile par trois, quatre ou plusieurs tourbillons isolés.

En conclusion, comme la répartition réelle des pressions en courant plan comporte l'influence de l'épaisseur et de la courbure de l'aile, on peut admettre que son introduction dans le calcul de la répartition de la sustentation suivant l'envergure aboutira à des résultats plus précis.

IV. SYSTEME DE REMPLACEMENT DE L'AILE.

Considérons une aile avec des bords d'attaque et de fuite en ligne brisée (fig. 3). L'aile peut être divisée en segments suivant l'envergure et, dans le cas général, aussi suivant la profondeur.

L'effet aérodynamique de chaque surface élémentaire est remplacé par l'effet aérodynamique supposé équivalent provoqué par un tourbillon en fer à cheval constitué par un tourbillon lié et deux tourbillons libres.

L'intensité du tourbillon lié varie suivant sa base selon une règle admise. Pour les ailes sans flèche ou pour un segment d'aile droit, la base du tourbillon est perpendiculaire à la direction des tourbillons libres, comme les tourbillons en fer à cheval du FALKNER 1). Dans le cas gé-

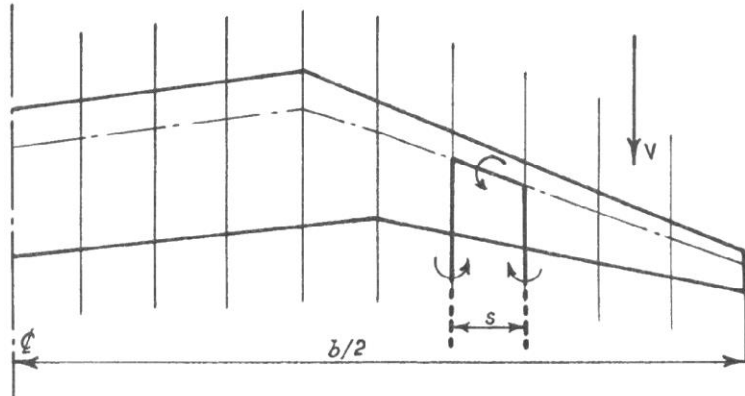


FIG. 3

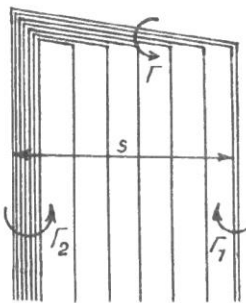


FIG. 4

ral, la base est orientée suivant le contour de l'aile ou suivant la flèche locale.

Dans une étude spéciale, l'effet aérodynamique d'un tourbillon en fer à cheval tel que celui représenté sur la fig. 4, avec l'intensité variable et la base inclinée, a été étudié.

En admettant, à titre d'exemple, une loi de variation linéaire, soit

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 \mp as$$

où a = une constante, et

s = la largeur du tourbillon en fer à cheval (fig. 4), la déviation de l'écoulement provoquée par le tourbillon considéré, c'est-à-dire l'angle que fait la vitesse induite w avec la direction de la vitesse V , en un point de contrôle P , a été trouvée de forme

$$\frac{w}{V} = \frac{1}{4 \pi V s} (\Gamma_2 \mp a.s.H)$$

1) Voir Référence 1 sur page 21.

F et H sont les coefficients d'influence qui dépendent de l'angle de l'inclinaison locale de la base et de la position relative du point P considéré. Les valeurs de ces coefficients peuvent être déterminées une fois pour toutes et présentées en tableaux.

Pour les ailes de petit allongement ou en flèche, il est préférable de diviser l'aile en segments aussi suivant la profondeur. D'après ce qu'il a été dit plus haut, les intensités et les positions des tourbillons remplaçant les profils constitutifs aussi que les positions des points de contrôle correspondants peuvent être déterminées sans difficultés, en considérant la répartition des pressions réelle suivant la corde, en courant plan.

V. REPARTITION DE LA SUSTENTATION SUIVANT L'ENVERGURE.

Le cas le plus simple présente une aile remplacée par une seule file de tourbillons en fer à cheval distribués suivant l'envergure. Dans ce cas, les profils sont remplacés par un seul tourbillon placé à 25% en arrière du bord d'attaque (fig. 3).

La déviation totale provoquée en un point de contrôle (pivotal point) par le système complet des tourbillons sera

$$\sum \frac{w}{V} = \frac{1}{4 \pi V s} \left[\Gamma_0 \cdot K_0 + \Gamma_1 \cdot K_1 + \dots + \Gamma_n \cdot K_n \right]$$

où $\Gamma_0, \Gamma_1 \dots \Gamma_n$ sont les intensités des tourbillons, distribués sur la demi-aile droite, et $K_0, K_1 \dots K_n$ sont les coefficients d'influence correspondants.

Les valeurs des coefficients K sont obtenues en effectuant la sommation appropriée des effets provoqués par les tourbillons distribués sur tout l'envergure de l'aile. Dans le cas où les largeurs s sont les mêmes pour tous les tourbillons, ces coefficients sont de forme, par exemple

$$K_2 = (F_2 + F_{2n-2}) - (H_2 - H_{2n-2}) + (H_3 - H_{2n-1})$$

La répartition symétrique de la circulation suivant l'envergure d'une aile sans gauchissement peut être mise sous une forme habituelle

$$\Gamma = \pi \cdot V \cdot b \cdot \alpha_g \left[a_1 \sin \Phi + a_3 \sin 3\Phi + a_5 \sin 5\Phi \right]$$

où b = l'envergure de l'aile,

$$\Phi = \arccos \frac{y}{b/2},$$

y = la distance du plan de symétrie,

a_1, a_3, a_5 = les constantes inconnues.

En conséquence, on obtient la déviation totale sous forme.

$$\sum \frac{w}{V} = \alpha_g \left[a_1 \cdot \epsilon_1 + a_3 \cdot \epsilon_3 + a_5 \cdot \epsilon_5 \right]$$

avec

$$\epsilon_1 = \frac{b}{4s} (K_0 \sin \Phi_0 + K_1 \sin \Phi_1 + \dots + K_n \sin \Phi_n)$$

$$\epsilon_3 = \frac{b}{4s} (K_0 \sin 3\Phi_0 + K_1 \sin 3\Phi_1 + \dots + K_n \sin 3\Phi_n)$$

$$\epsilon_5 = \frac{b}{4s} (K_0 \sin 5\Phi_0 + K_1 \sin 5\Phi_1 + \dots + K_n \sin 5\Phi_n)$$

En égalant cette déviation totale provoquée en un certain point de contrôle par le système de tourbillons complet à l'incidence géométrique locale

$$(\alpha_g)_m \cdot$$

on arrive finalement pour chaque point de contrôle, à l'équation de forme

$$a_1 \varepsilon_1 + a_3 \varepsilon_3 + a_5 \varepsilon_5 = \frac{(\alpha_g)_m}{\alpha_g}$$

ce qui est, pour une aile sans gauchissement, égal à l'unité.

La solution du système d'équations linéaires obtenu fournit les valeurs inconnues a_1 , a_3 et a_5 . Ces constantes déterminées, on calcule d'une manière usuelle la répartition de la circulation ou de la sustentation suivant l'envergure, la pente

$$dc_z/d\alpha_g$$

et les autres caractéristiques aérodynamiques de l'aile intéressantes. -

VI. REMARQUES ET CONCLUSION.

La méthode proposée s'inspire des travaux de FALKNER (voir Référence 1) et de SCHLICHTING (voir Référence 3).

En adoptant les tourbillons en fer à cheval avec la base perpendiculaire et l'intensité constante, la conception de FALKNER entraîne comme conséquence des discontinuités dans les répartitions de la corde et de la circulation suivant l'envergure de l'aile.

Ces deux inconvénients sont complètement éliminés dans la présente méthode en raison de l'orientation de la base des tourbillons suivant le contour de l'aile en plan local et en raison de l'intensité variable des tourbillons adoptés.

La méthode proposée semble donc être particulièrement adaptée au calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions ou de planeurs de forme en plan irrégulière avec des bords d'attaque et de fuite en ligne brisée.

Il est naturel de supposer, comme il résulte d'ailleurs des travaux de FALKNER que la précision des résultats obtenus augmente avec le nombre de tourbillons qui remplacent l'aile.

D'autre part, comme on n'est nullement limité en ce qui concerne le mode de division de l'aile en segments ou en surfaces élémentaires, on peut en conclure que la forme en plan de l'aile, l'allongement ou la flèche de l'aile ne doivent jouer un rôle important. Quelques calculs numériques exécutés montrent, en effet, que la précision des calculs n'est pratiquement pas affectée par l'allongement ou la flèche de l'aile.

Ces remarques n'ont cependant qu'une valeur indicative car la méthode proposée n'est pas vérifiée expérimentalement d'une manière suffisante.

En tout cas, comme une relation linéaire entre les coefficients aérodynamiques et l'incidence est supposée, il est évident qu'une concordance satisfaisante entre les résultats théoriques et expérimentaux ne peut être exigée ni obtenue qu'aux incidences modérées.

VII. REFERENCES.

- 1) FALKNER, V.M., The calculation of aerodynamic loading on surfaces of any shape. British A.R.C., Rep. and M. 1910, London, 1943;
- 2) ALLEN, J., General theory of airfoil sections having arbitrary shape or pressure distribution. NACA Rep. 833, Washington, 1945;
- 3) SCHLICHTING, H., W. KAHLERT, On the calculation of the lift distribution of swept wings British A.R.C., R.A.E. Rep. Aero 2297, Farnborough, 1948.