

# Ein Beitrag zu den Flugeigenschaften der Segelflugzeuge

(Anwendung der Bauvorschriften bei der flugeigenschaftlichen Auslegung von Segelflugzeugen)

von Dr. Ing. WALTER LEHMANN, Dresden

Vortrag am 9. OSTIV-Kongreß, Februar 1963, Junin (Argentinien)

## Bezeichnungen

Die Bezeichnungen der Winkel, der Kräfte und Momente sowie der geometrischen Daten entsprechen den Normen gemäß TNL 10 350.

Zusätzlich werden folgende Kurzzeichen benutzt, die im Text nicht besonders erläutert sind:

$\frac{\rho_F}{\rho} = \frac{2G}{\rho \cdot g \cdot F \cdot s}$	relative Flugzeugmassendichte
$v_s$	km/h Überziehgeschwindigkeit
$v_{e_{min}}$	km/h Geschwindigkeit des besten Gleitwinkels
$T$	s Schwingungsdauer
$T_a$	s Schwingungsdauer der Anstellwinkelbewegung
$T_b$	s Schwingungsdauer der Bahnbewegung
$t_{1/e}$	s Abklingzeit auf den $\frac{1}{e}$ Betrag der Anfangsamplitude
$t_{1/2} = 0,693 t_{1/e}$	s Halbwertszeit
$\frac{dc_M}{dc_a}$	statische Längsstabilität
$T_F = \frac{2G}{\rho \cdot g \cdot F \cdot v}$	flugmechanische Zeiteinheit
$\tau = \frac{t}{T_F}$	dimensionsloser Zeitfaktor
$c'_a = \frac{\delta c_a}{\delta \alpha}$	Auftriebsanstieg
$c'_{M_a} = \frac{\delta c_M}{\delta \alpha}$	Längsmomentenanstieg
$c'_{M_y} = \frac{\delta c_M}{\delta \omega_y}$	Längsdämpfung
$c'_{M_{\dot{\alpha}}} = \frac{\delta c_M}{\delta \dot{\alpha}}$	Anstellwinkeldämpfung
$\omega_y = \omega_y \cdot \frac{s}{v}$	bezogene Winkelgeschwindigkeit
$\dot{\alpha} = \dot{\alpha} \cdot \frac{s}{v}$	bezogene Anstellwinkelgeschwindigkeit
$\dot{v} = \frac{dv/v}{d\tau}$	$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{d\tau}$

Die Beiwerte der Seitenbewegung sind entsprechend bezeichnet.

Aus den im Laufe der Zeit gewonnenen Flugerfahrungen haben sich bestimmte Richtwerte für die zu fordernden Flugeigenschaften herausgeschält. Diese Richtwerte sind bereits teils als Forderungen und teils als Empfehlungen in den Bauvorschriften für Segelflugzeuge [1] niedergelegt. Sie sollen bei einem neuen Muster nicht nur eine Prüfungs- und Vergleichsmöglichkeit geben, sondern möglichst auch bereits beim Entwurf eines Segelflugzeuges als Grundlage für die aerodynamische Auslegung benutzt werden.

In der folgenden Untersuchung soll zunächst ein Rückschluß von den flugeigenschaftlichen Forderungen der Längs- und Seitenstabilität auf die entsprechenden aerodynamischen Beiwerte gezogen werden. Es soll ferner untersucht werden, welche Mindest- und Höchstwerte sich aus den in den Bauvorschriften verankerten flugeigenschaftlichen Forderungen und Empfehlungen in Abhängigkeit von den geometrischen Daten und der Auslegegeschwindigkeit für die Segelflugzeuge ergeben. Die Ruderwirksamkeit wird bei den vorliegenden Betrachtungen nur soweit, wie es notwendig ist, mit herangezogen. Die Steuerkräfte sollen bei dieser Untersuchung ganz ausgeschlossen bleiben. Ihre Abhängigkeit von der Geschwindigkeit stellt zwar ebenfalls ein Maß für die Stabilität dar, jedoch kann ihre Größe ohne Änderung der aerodynamischen Auslegung des Flugzeuges willkürlich verändert werden. Als Auslegegeschwindigkeit wurde die Geschwindigkeit  $v = 1,4 v_s$  angesetzt, auf die sich die meisten Richtwerte in den Bauvorschriften für Segelflugzeuge beziehen.

Eine wichtige Voraussetzung für derartige Untersuchungen ist, daß hinreichend genaue Näherungsformeln, die eine Auswertung mit erträglichem Rechenaufwand ermöglichen, vorhanden sind. Im Anhang sind die Bewegungsgleichungen und die aus ihnen abgeleiteten Näherungsformeln, deren Genauigkeit anhand mannigfacher Beispielrechnungen ausreichend erschien, zusammengestellt. Sie können im wesentlichen als bekannt vorausgesetzt werden. Bei den Stabilitätsbetrachtungen wurde meist auf die vollständigen Bewegungsgleichungen zurückgegriffen, wobei nur Glieder von untergeordneter Bedeutung vernachlässigt wurden.

Zur zahlenmäßigen Ermittlung der stabilitätsmäßig auftretenden Gesetzmäßigkeiten benötigt man noch die Abhängigkeit der Flugzeugmassendichte von der Auslegegeschwindigkeit. Die Flugzeugmassendichte ergibt sich aus der Beziehung

$$\frac{\rho_F}{\rho} = \frac{2G}{\rho \cdot g \cdot F \cdot s} = \frac{C_a}{g \cdot s} \cdot v^2$$

Hierbei muß noch der Auftriebsbeiwert festgelegt werden. Eine statistische Auswertung zeigt, daß der Bereich des Auftriebsbeiwertes für diese Geschwindigkeit relativ klein ist und praktisch mit dem sich für den besten Gleitwinkel ergebenden zusammenfällt (siehe Bild 1). Es ist allerdings dabei notwendig, zwischen den zwei wichtigsten Profilarten, die im Segelflugzeugbau angewandt werden, zu unterscheiden. Die eine Profilart ist die mit einer Lage der größten Profildicke  $\xi_8$  in 30% der Tiefe; bei dieser liegt der Auftriebsbeiwert für  $v = 1,4 v_s$  bzw. für  $v_{e_{min}}$  zwischen  $c_a = 0,7 \div 0,8$ . Bei der anderen Profilart befindet sich die Lage der größten Profildicke zwischen 40–45% der Tiefe, der Auftriebsbeiwert für  $v = 1,4 v_s$  bzw. für  $v_{e_{min}}$  ist zwischen  $c_a = 0,63 \div 0,75$ . Bei den Beispielrechnungen wurde mit einem mittleren Auftriebsbeiwert von  $c_a = 0,7$  gerechnet und die Flugzeugmassendichte mit  $\frac{\rho_F}{\rho} = 0,0713 v^2/s$  angesetzt.

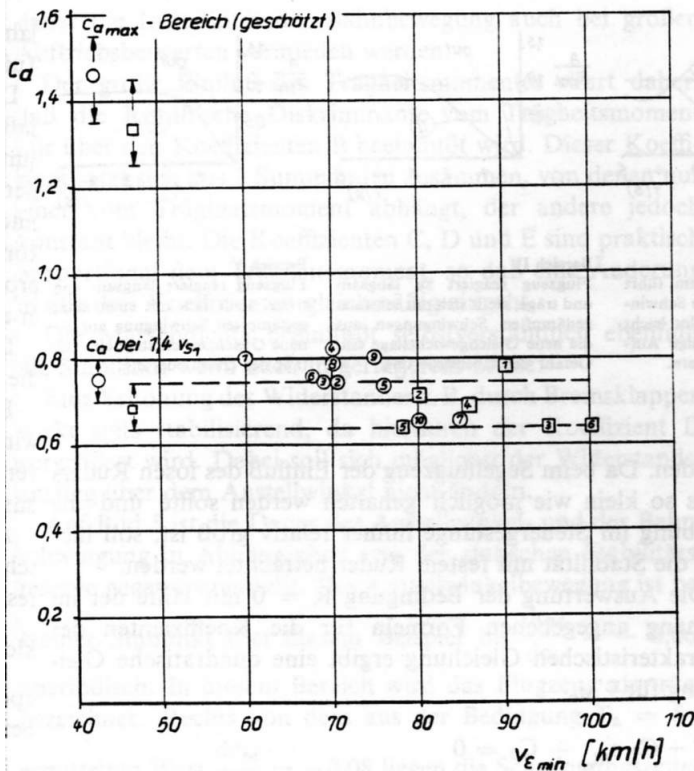


Bild 1 Auftriebsbeiwert verschiedener Segelflugzeuge bei der Geschwindigkeit des besten Gleitwinkels

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| ○ Profil mit $\xi\delta = 0,3$ | □ Profil mit $\xi\delta = 0,4 \div 0,45$ |
| ① D 28 b                       | ⑥ B 8                                    |
| ② Baby II b                    | ⑦ SB 5                                   |
| ③ Meise                        | ⑧ Weihe 50                               |
| ④ Mü 17                        | ⑨ Kranich III                            |
| ⑤ B 5                          | ⑩ Libelle                                |
|                                | ① D 34 c                                 |
|                                | ② Standard Austria                       |
|                                | ③ Zefir                                  |
|                                | ④ Foka                                   |
|                                | ⑤ Phönix 3                               |
|                                | ⑥ A 15                                   |

### Längsstabilität

Für die Längsstabilität sind in den Bauvorschriften für Segelflugzeuge die in Tabelle 1 zusammengestellten Forderungen und Empfehlungen enthalten. Darin wird für die statische Anstellwinkelstabilität eine Mindestreserve von 3%  $I_{\mu}$  im normalen Flugbereich gefordert.

Für die dynamische Stabilität sind die Forderungen zurzeit noch allgemeinerer Natur. Neuere Untersuchungen von Westbrook und McRuer [2] zeigen jedoch, daß im besonderen für die kurzperiodische Anstellwinkelschwingung konkrete Richtwerte gegeben werden können. Als Richtwerte wurden in dieser Arbeit die natürliche Frequenz und die Dämpfungszahl gewählt. Für diese konnten aus Flugversuchen und aus Testversuchen an Flugsimulatoren Bereiche mit mehr oder weniger guten Stabilitäts- und Steuerbarkeits-eigenschaften ermittelt werden. Die Untersuchungen wurden zwar für die Motorflugzeuge durchgeführt; ihre Ergebnisse dürften aber auch auf die Segelflugzeuge anwendbar sein.

Die Auswertung auf die in den Bauvorschriften der DDR üblichen Richtwerte – die Schwingungsdauer  $T_a$  und die Abklingzeit  $t_a$  – ergibt in etwas vereinfachter Form die in Bild 2 dargestellten Bereiche, innerhalb deren sich mangelhafte, annehmbare bzw. gute Flugeigenschaften ergeben. Für die Schwingungsdauer erhält man eine untere und eine obere Grenze; die Abklingzeit ist zwischen Null und einem Höchstwert zum Teil in Abhängigkeit von der Schwingungsdauer eingegrenzt. Die untere Grenze der Schwingungsdauer ist die gleiche wie bei den weiter unten beschriebenen Bereichen für die Gierschwingung. Im Bereich I schwingt das

Flugzeug bei einer Steuerbewegung sehr stark über die neue Gleichgewichtslage hinaus, was vom Flugzeugführer als äußerst unangenehm empfunden wird. Am schlechtesten werden die Bereiche II bis IV beurteilt, bei denen infolge einer zu geringen Längsdämpfung die Steuerbarkeit Schwierigkeiten bereitet. Der Flugzeugführer muß hierbei die Bewegung des Flugzeuges ständig beobachten und sehr feinfühlig steuern.

Die Bereiche I bis IV sind allerdings im allgemeinen für die Segelflugzeuge ohne Bedeutung. Sie liegen in dem schraffiert eingezeichneten Gebiet, das sich bei Abklingzeiten von  $t_a = 0,25$  bis  $0,40$  s bis in den Bereich V, in dem das Flugzeug als langsam und träge beurteilt wird, erstreckt. In der Legende zu Bild 2 ist zur Erläuterung noch das Einschwingen auf den neuen Gleichgewichtszustand bei einer plötzlichen Störung, wie z. B. durch einen Höhenruderausschlag, für die verschiedenen Bereiche dargestellt. Der als gut empfundene Einschwingungsvorgang ist gestrichelt eingezeichnet. Als «gut»

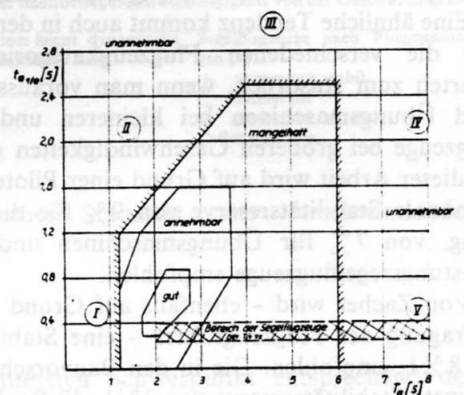


Bild 2 Flugeigenschaften hinsichtlich günstiger Bereich der Anstellwinkelschwingung

wird es empfunden, wenn der neue Gleichgewichtszustand nach etwa  $0,8$  s erreicht wird und die maximale Amplitude beim Einschwingen nur etwa 10% größer als der stationäre Wert ist. Ein Überschwingen um mehr als 30% wird für unannehmbar gehalten. Die Unterschiede gegenüber dem «guten» Bewegungsvorgang sind deutlich erkennbar.

Aus der im Anhang für die Dauer der Anstellwinkelschwingung angegebenen Näherungsformel kann nun mit der Annahme einer oberen Grenze von  $T_a = 6$  s bei  $1,4 v_s$  ein Minimalwert für die statische Stabilitätsreserve mit festem Ruder ermittelt werden.

$$\left(\frac{dc_M}{dc_a}\right)_{\min} = - \left[ \left( \frac{2\pi T_F}{T_a} \right)^2 + \left( \frac{I_{\mu}}{I_y} \right)^2 c'_{M_y} \cdot c'_a + \frac{1}{4} \right] c'_a - \left[ c'_{M_y} + c'_{M_a} \right] \left( \frac{I_{\mu}}{I_y} \right)^2 \frac{1}{\frac{\rho_F s}{\rho} \frac{1}{I_{\mu}} \left( \frac{I_{\mu}}{I_y} \right)^2 c'_a}$$

Entsprechend dieser Formel ist die minimale Stabilitätsreserve in erster Linie abhängig von der Massendichte, der Fluggeschwindigkeit, der Längsdämpfung und dem Trägheitsmoment um die Querachse. Eine numerische Auswertung ergeben die in Bild 3 dargestellten Kurven, für deren Berechnung übliche Werte der Längsdämpfung und des Trägheitsmomentes zugrunde gelegt wurden. Mit zunehmender Auslegegeschwindigkeit verringert sich die zur Erfüllung der Bedingung  $T_a \leq 6$  s benötigte Stabilitätsreserve. Eine größere Spannweite verlangt bei gleichen Daten eine größere Reserve. Da man aber sagen kann, daß im allgemeinen großspannweite Segelflugzeuge für höhere Geschwindigkeiten aus-

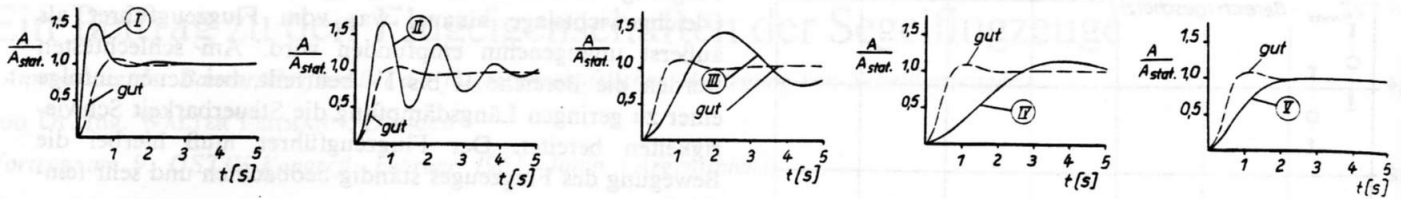


Bild 2a Einschwingvorgang bei einer plötzlichen Störung

**Bereich I**

Flugzeug reagiert zu schnell und plötzlich auf eine Steuerbewegung, schwingt stark über die neue Gleichgewichtslage hinaus.

**Bereich II**

Flugzeug reagiert schnell und plötzlich auf eine Steuerbewegung, führt schwach gedämpfte Schwingungen mit großer Amplitude aus. Erfordert große Feinfähigkeit in der Steuerung.

**Bereich III**

Flugzeug reagiert langsam, führt sehr schwach gedämpfte Schwingungen aus, die der Pilot leicht anregt. Erfordert ständige Aufmerksamkeit beim Steuern.

**Bereich IV**

Flugzeug reagiert zu langsam und träge, stellt sich mit schwach gedämpften Schwingungen auf die neue Gleichgewichtslage ein. Gefahr der Übersteuerung.

**Bereich V**

Flugzeug reagiert langsam und träge, stellt sich mit einer stark gedämpften Schwingung auf die neue Gleichgewichtslage ein. Gefahr der Übersteuerung.

gelegt werden als diejenigen mit kleinerer Spannweite, bedeutet es, daß die minimal zu fordernde Stabilitätsreserve, durch welche die hinterste Schwerpunktslage bestimmt ist, in den Grenzen von  $10 \div 6\% l_u$  liegen wird.

Eine ähnliche Tendenz kommt auch in den von Gedeon [3] für die verschiedenen Flugzeugkategorien angegebenen Werten zum Ausdruck, wenn man voraussetzt, daß Schul- und Übungsmaschinen bei kleineren und Leistungssegelflugzeuge bei größeren Geschwindigkeiten geflogen werden. In dieser Arbeit wird auf Grund einer Pilotenbefragung eine minimale Stabilitätsreserve von 9% für die Anfängerschulung, von 7% für Übungsmaschinen und von 3%  $l_u$  für Leistungssegelflugzeuge empfohlen.

Von Zacher wird – ebenfalls auf Grund einer Meinungsbefragung der Flugzeugführer – eine Stabilitätsreserve von  $\sim 8\% l_u$  empfohlen. Die in den Bauvorschriften geforderte kleinste Stabilitätsreserve von 3%  $l_u$  dürfte daher nach dieser Betrachtung einen unteren Grenzwert darstellen.

Die vorderste Schwerpunktslage wird meist aus der Bedingung, daß für die Landung eine ausreichende Höhensteuerreserve vorhanden sein muß, ermittelt. In Extremfällen kann aber auch die dynamische Stabilität ein Kriterium liefern. Bekanntlich tritt bei größeren Auftriebsbeiwerten oftmals eine dynamische Instabilität auf, die dadurch bedingt ist, daß eine der Bedingungen für dynamische Stabilität nicht mehr erfüllt wird. Neben den Bedingungen, daß die Koeffizienten der charakteristischen Gleichung größer als Null sein müssen, ist es nämlich erforderlich, daß auch die Routhsche Diskriminante größer als Null ist, d.h. es muß

$$R = (BC - D)D - B^2E > 0$$

sein (siehe Anhang). Bei  $R < 0$  ist die Bahnbewegung nicht mehr gedämpft. Die Bedingung  $R = 0$  kann daher zur Ermittlung einer zulässigen vorderen Schwerpunktslage benutzt

werden. Da beim Segelflugzeug der Einfluß des losen Ruders stets so klein wie möglich gehalten werden sollte und die Reibung im Steuergestänge immer relativ groß ist, soll hier nur die Stabilität mit festem Ruder betrachtet werden.

Die Auswertung der Bedingung  $R = 0$  mit Hilfe der im Anhang angegebenen Formeln für die Koeffizienten der charakteristischen Gleichung ergibt eine quadratische Gleichung für  $c'_{M_x}$ .

$$c'_{M_x^2} + C_1 c'_{M_x} + C_2 = 0$$

aus der die größte statische Stabilitätsreserve, bis zu der das Segelflugzeug dynamisch stabil ist, bestimmt werden kann. Unter Berücksichtigung einer Reserve von 3 bis 5%  $l_u$  ist damit die Lage des vordersten Schwerpunktes festgelegt. Auf Bild 3 ist diese Grenze für  $c_a = 1,0$  angegeben. Bei größeren Auftriebsbeiwerten wird eine geringe Instabilität in Kauf genommen.

Bild 4 zeigt für ein Beispielflugzeug mit  $\frac{\rho F}{\rho} = 4$  die Abhängigkeit der höchstzulässigen statischen Längsstabilität vom bezogenen Trägheitsradius und vom Auftriebsbeiwert. Man sieht, daß beide einen entscheidenden Einfluß haben. Unterhalb eines bestimmten Trägheitsradius tritt auch in der Nähe des Maximalauftriebes keine dynamische Instabilität auf. Bei dem Trägheitsradius, der dem Beispielflugzeug von Morelli in [6] zugrunde gelegt wurde, tritt die dynamische Instabilität besonders zeitig auf und erstreckt sich über einen großen  $c_a$ -Bereich. Das Segelflugzeug «Meise» liegt in dem Gebiet, in dem Instabilität auftreten kann. Es wird nach den Flugversuchen als schwach instabil bezeichnet. Bei den Segelflugzeugen mit den kleinsten bekannten Trägheitsradien ist im normalen Betriebsbereich stets dynamische Stabilität vorhanden. Durch Kleinhalten des Trägheitsmomentes kann

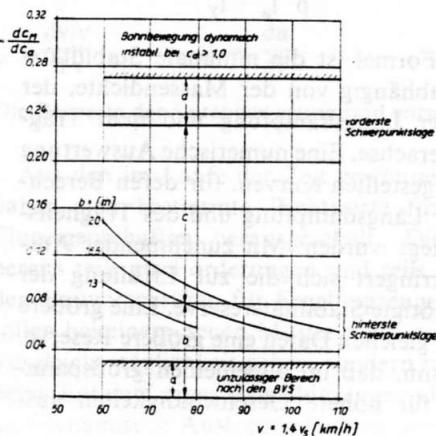


Bild 3 Längsstabilität und Schwerpunktsbereich  
 a) kleinste Stabilitätsreserve nach den BVS  
 b) empfohlene Stabilitätsreserve aus der Bedingung  $T_a \geq 6$  s.  
 c) empfohlener Schwerpunktsbereich  
 d) 3 bis 5%  $l_u$  Reserve gegen dynamische Instabilität

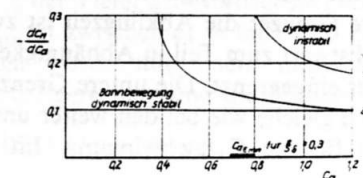
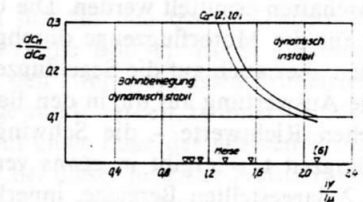


Bild 4 Höchstzulässige statische Längsstabilität in Abhängigkeit vom bezogenen Trägheitsmoment und vom Auftriebsbeiwert  
 $\rho F / \rho = 4$ ,  $b \rho = 16,5$  m

daher die Instabilität der Bahnbewegung auch bei großen Auftriebsbeiwerten vermieden werden.

Der große Einfluß des Trägheitsmomentes rührt daher, daß die Routh'sche Diskriminante vom Trägheitsmoment nur über den Koeffizienten B beeinflusst wird. Dieser Koeffizient setzt sich aus 2 Summanden zusammen, von denen nur einer vom Trägheitsmoment abhängt, der andere jedoch konstant bleibt. Die Koeffizienten C, D und E sind praktisch proportional dem Trägheitsmoment, so daß eine Änderung in alle drei Koeffizienten gleichmäßig eingeht.

Die Massendichte beeinflusst selbstverständlich ebenfalls die Stabilität, wenn auch in geringerem Maße.

Eine Erhöhung des Widerstandes z. B. durch Bremsklappen wirkt stets stabilisierend, da hierdurch der Koeffizient D vergrößert wird. Dabei soll sich möglichst der Widerstandsanstieg über dem Anstellwinkel nicht ändern.

Auf Bild 5 ist die Dauer der Anstellwinkel- und der Bahn-schwingung in Abhängigkeit von der statischen Stabilitätsreserve gegenübergestellt. Die Anstellwinkelbewegung ist bei

kleiner Stabilität (bei diesem Beispiel bis  $\frac{dc_M}{dc_a} = -0,06$ ) aperiodisch. In diesem Bereich wird das Flugzeug als träge bezeichnet. Rechts von dem aus der Bedingung  $T_a = 6$  s

ermittelten Wert  $\frac{dc_M}{dc_a} = -0,08$  liegen die Schwingungsdauern der Anstellwinkel und der Bahnbewegung weit genug auseinander, so daß eine eindeutige Trennung der Bewegungsformen möglich ist. Dieser Bereich wird als fliegerisch angenehm beurteilt. Rechts von  $\frac{dc_M}{dc_a} = -0,27$  tritt die bei Bild 3

bereits erläuterte dynamische Instabilität auf.

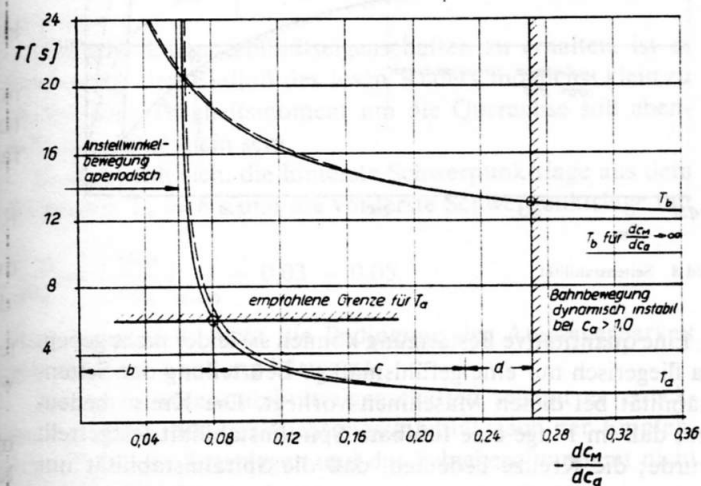


Bild 5 Schwingungsdauer der Anstellwinkel- und der Bahnbewegung in Abhängigkeit von der statischen Stabilität  
 $\rho F / \rho = 4$ ;  $b = 16,6$  m;  $c_a = 0,7$ .  
 b, c und d siehe Legende zu Bild 3

----- Näherungsrechnung      ————— exakte Rechnung

Bild 5 gibt gleichzeitig die Bestätigung, daß die benutzten Näherungsformeln eine ausreichende Genauigkeit besitzen. Im interessierenden Bereich fallen die Näherungswerte praktisch mit den Werten, die mit den vollständigen Bewegungsgleichungen für festes Ruder ermittelt wurden, zusammen.

Auf Bild 6 ist die Schwingungsdauer der Bahnbewegung in Abhängigkeit von der Fluggeschwindigkeit dargestellt. Die untere Grenze der Schwingungsdauer ergibt sich bei unend-

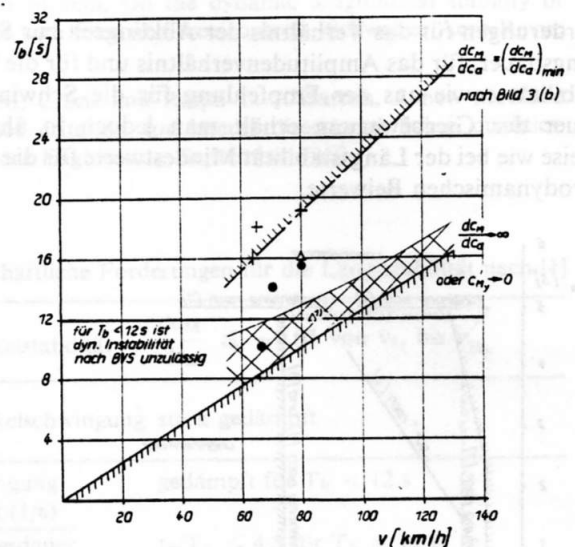


Bild 6 Schwingungsdauer der Bahnbewegung in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit.

----- Bereich, in dem leicht dynamische Instabilität auftreten kann. Segelflugzeuge nach Flugmessungen [4]  
 + dynamisch stabil  
 Δ indifferent  
 ● dynamisch instabil  
 1) Schwanzlose

lich großer statischer Stabilität oder verschwindender Längsdämpfung zu:

$$T_b = \frac{\pi}{g} v \sqrt{2}$$

Legt man den hintersten Schwerpunkt entsprechend der oben besprochenen Empfehlung  $T_a \leq 6$  s fest, dann bekommt man eine obere Grenze für die Schwingungsdauer der Bahnbewegung (strichpunktierte Kurve). Die Schwingungsdauer der Bahnbewegung würde dann innerhalb des eingegrenzten Bereiches liegen. Der schraffiert angegebene Bereich ergibt sich bei den Schwerpunktlagen, bei denen die statische Stabilitätsreserve so groß ist, daß die Bahnbewegung leicht dynamisch instabil werden kann. Wie die nach Flugmessungen eingezeichneten Punkte zeigen, kann bei ungünstiger Projektierung auch oberhalb dieses Bereiches dynamische Instabilität auftreten.

Nach den BVS wird für  $T_b \leq 12$  s dynamische Stabilität gefordert, also gerade in dem Bereich, der am schwierigsten zu beeinflussen ist. Die Forderung liefert aber eine Bedingung für die vordere Schwerpunktlage und wichtige Hinweise für den Entwurf. Sie kann bis  $v \geq 1,2 v_s$  als erfüllbar angesehen werden.

### Seitenstabilität

Für die Seitenstabilität sind in den Bauvorschriften die in Tabelle 2 zusammengestellten Forderungen und Empfehlungen enthalten. Neuere Untersuchungen [7] zeigen, daß auch die Abklingzeit der Gierschwingung nach oben begrenzt werden sollte. Damit ergibt sich ein ähnliches Bild für den flugeigenschaftlich günstigen Bereich wie bei der Anstellwinkelschwingung, wobei allerdings die Grenzwerte etwas größer sein können (siehe Bild 7).

Die allgemeinste Forderung in den BVS ist, daß Richtungsstabilität (d. h.  $c'_{N\beta} < 0$ ) und Querstabilität (d. h.  $c'_{L\beta} > 0$ ) vorhanden sein müssen. Diese Forderungen geben aber kein Maß für die Größe der erforderlichen Stabilität. Aus den

Forderungen für das Verhältnis der Abklingzeit zur Schwingungsdauer, für das Amplitudenverhältnis und für die Spiralstabilität sowie aus der Empfehlung für die Schwingungsdauer der Gierbewegung erhält man jedoch in ähnlicher Weise wie bei der Längsstabilität Mindestwerte für die obigen aerodynamischen Beiwerte.

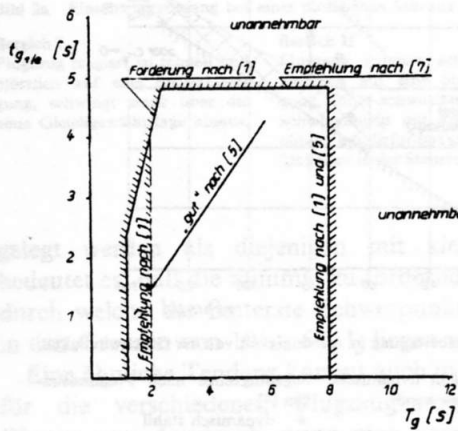


Bild 7 Flugeigenschaften günstigster Bereich der Gierschwingung

Bild 8 zeigt anhand einer Beispielrechnung die Abhängigkeit des Schieberollmomentes von der Richtungsstabilität, wie sie sich aus den in Tabelle 2 zusammengestellten Richtwerten ergibt. Dabei wurden wieder für die numerische Berechnung die im Anhang zusammengestellten Näherungsformeln benutzt, deren Genauigkeit für solche Abschätzungen im allgemeinen vollkommen ausreicht. Im Gegensatz zur Längsstabilität, bei der sehr große Änderungen der statischen Stabilität möglich sind, ohne daß sich die Dämpfung wesentlich ändert, kann man bei der Seitenstabilität die Wendedämpfung und auch die Querkraft als in erster Näherung proportional der Richtungsstabilität ansetzen.

$$c'_{N_Z} = k_{c'_{N_Z}} \cdot c'_{N_\beta} \quad \text{wobei } k_{c'_{N_Z}} = k_{N_{m_\alpha}} \cdot \frac{c'_{N_\beta SL}}{c'_{N_\beta}} \cdot \frac{\Gamma_s}{s} \cdot \frac{2 - \frac{d\beta_s}{d\beta}}{\frac{d\beta_s}{d\beta}}$$

$$\text{und } c'_{q_\beta} = k_{c'_{q_\beta}} \cdot c'_{N_\beta} \quad \text{wobei } k_{c'_{q_\beta}} = k_{q_{\beta 1}} \cdot \frac{c'_{N_\beta SL}}{c'_{N_\beta}} \cdot \frac{s}{\Gamma_s}$$

Die Faktoren  $k_{N_{Ru}}$  und  $k_{q_{Ru}}$  berücksichtigen den Einfluß des Rumpfes.

Aus der Forderung  $t_g/T_g \leq 2$  und der Empfehlung  $T_g \leq 8$  s ergeben sich zwei Mindestwerte für die Richtungsstabilität, die nur wenig vom Schieberollmoment abhängen. Den größten Wert erhält man dabei aus der Schwingungsdauer.

Die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Geschwindigkeit ist mit den nach Bild 1 erläuterten Gesetzmäßigkeiten gering. Damit hängt auch die erforderliche Richtungsstabilität nicht von der Auslegegeschwindigkeit ab. Die Schwingungsdauer ist aber proportional der Wurzel aus der Spannweite, so daß auch die Richtungsstabilität diesem Wert proportional ist.

Aus der Forderung  $t_s \leq -15$  s erhält man einen Mindestwert für das Schieberollmoment. Dieser Mindestwert ist erheblich kleiner als der Wert, der sich aus der Grenze für die Spiralstabilität ( $E = 0$ ) ergibt. Für  $c'_{N_\beta} < -0,02$  müßte bei dem obigen Beispiel das Schieberollmoment für Spiralstabilität

$c'_{L_\beta} \approx 0,32$  sein. Dieses Schieberollmoment ist aber im Hinblick auf gute Seitensteuerbarkeit zu groß.

Für einige Segelflugzeuge, bei denen die geometrischen Daten und das Gewicht ungefähr mit den der Rechnung zugrunde gelegten Mittelwerten übereinstimmen, wurden die Richtungsstabilität und das Schieberollmoment abgeschätzt und in Bild 8 eingetragen. Die Genauigkeit der Abschätzung läßt natürlich einiges zu wünschen übrig, da die notwendigen Daten nicht immer vollständig waren. Außerdem wurde die Rechnung für das starre Flugzeug durchgeführt, d.h. es wurde insbesondere beim Schieberollmoment die Vergrößerung der V-Form infolge der elastischen Durchbiegung des Flügels nicht berücksichtigt. Bei größeren Streckungen kann sich durch diesen Einfluß das Schieberollmoment um  $\Delta c'_{L_\beta} = 0,02 \div 0,05$  erhöhen. Die nach der Rechnung vorhandenen Richtungsstabilitäten sind doppelt so groß wie die, welche als Mindestwert aus der Forderung  $t_g/T_g \leq 2$  ermittelt wurden. Die Schieberollmomente liegen bis auf einen Wert ebenfalls über der aus der Forderung  $t_s \leq -15$  s ermittelten Grenze. Die Punkte bestätigen somit zumindest qualitativ die Richtigkeit dieser beiden Forderungen.

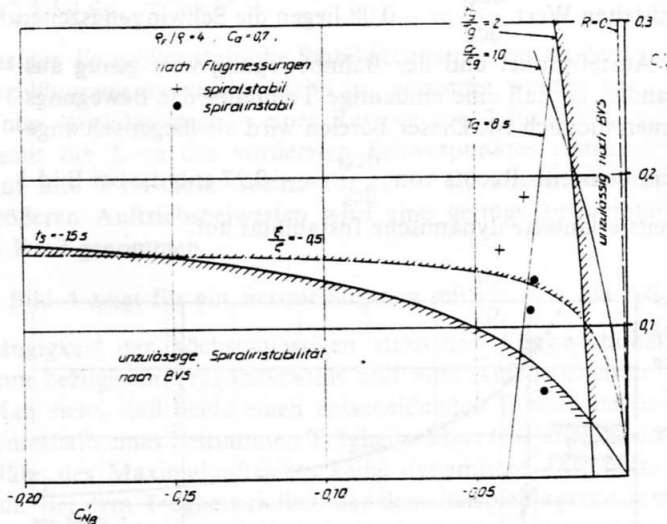


Bild 8 Seitenstabilität

Eine quantitative Bestätigung können sie leider nicht geben, da fliegerisch nur eine gefühlsmäßige Beurteilung der Seitenstabilität bei diesen Maschinen vorliegt. Die Kreise bedeuten, daß im Fluge eine fühlbare Spiralinstabilität festgestellt wurde; die Kreuze bedeuten, daß die Spiralinstabilität nur gering war. Die Forderung  $t_s \leq -15$  s kann daher sicherlich als Mindestforderung angesehen werden.

Die Richtungsstabilität wird immer so klein wie nur irgendmöglich gehalten werden, um das Seitenleitwerk nicht unnötig groß zu machen. Das Schieberollmoment kann jedoch willkürlich, z.B. durch Änderung der V-Form des Flügels, über den Minimalwert vergrößert werden. Aus den Bauvorschriften ergeben sich jedoch auch nach oben gewisse Richtwerte bzw. Grenzen. Die Grenze der Taumelstabilität ( $R = 0$ ) ist ohne Bedeutung, da die Forderung, daß das Amplitudenverhältnis  $c_r/c_g \leq 1,0$  bis  $1,5$  sein soll, weitaus schärfer ist. In der Beispielrechnung spielt aber auch dieser Wert nur eine untergeordnete Rolle; die hierfür zulässigen Schieberollmomente sind so groß, daß sie aus Gründen der Steuerbarkeit unerwünscht werden.

Die Empfehlung, daß beim stationären Schiebflug das Verhältnis Querruderausschlag zum Seitenruderausschlag  $\xi/\varphi \leq 0,3 \div 0,5$  sein soll, gibt einen solchen Hinweis für die obere Grenze (siehe gestrichelte Kurve). Jedoch ist in den seltensten Fällen eine genauere Berechnung dieses Verhältnisses ohne ausreichende Windkanalmessungen möglich, da der sich aus dem Profilwiderstand ergebende Anteil des Querrudergiermomentes rechnerisch nur sehr ungenau ermittelt werden kann. Bei der Beispielrechnung wurde dieser Anteil daher vernachlässigt und nur mit dem induzierten

$$\text{Anteil } c'_{N_{\xi}} = \frac{3 c_a}{\pi \Lambda} c'_{L_{\xi}} \text{ gerechnet.}$$

Allgemein kann man aber wahrscheinlich sagen, daß das Schieberollmoment  $c'_{L_{\beta}} \geq 0,1$ , besser noch  $= 0,15 \div 0,2$  sein soll.

### Zusammenfassung

Aus den obigen Untersuchungen können folgende Schlüsse für die Bauvorschriften gezogen werden:

Bei den flugeigenschaftlichen Richtwerten für die Längsstabilität scheint es zweckmäßig, eine Empfehlung für die Schwingungszeit der Anstellwinkelbewegung einzuführen, und zwar so, daß bei

$$v = 1,4 v_s \quad T_a \leq 6 \text{ s}$$

sein soll.

Die Forderung nach Dämpfung der Bahnschwingung könnte auf  $v \geq 1,2 v_s$ ,  $T_b \leq 12 \text{ s}$  konkretisiert werden.

Die flugeigenschaftlichen Forderungen bzw. Empfehlungen für die Seitenstabilität erscheinen ausreichend.

Für den Entwurf von Segelflugzeugen ergeben sich folgende Hinweise:

Um gute Längsstabilitätseigenschaften zu erhalten, ist es notwendig, den Einfluß des losen Ruders möglichst klein zu halten. Das Trägheitsmoment um die Querachse soll ebenfalls möglichst klein sein.

Es empfiehlt sich, die hinterste Schwerpunktslage aus dem Richtwert  $T_a = 6 \text{ s}$  und die vorderste Schwerpunktslage mit

$$\frac{dc_M}{dc_a} = \left( \frac{dc_M}{dc_a} \right)_{R=0} + 0,03 - 0,05$$

festzulegen, falls nicht die Bedingung der Aussteuerbarkeit während der Landung härter ist.

Für gute Seitenstabilitätseigenschaften scheint es zweckmäßig, die Größe der Richtungsstabilität nach der Empfehlung  $T_g \leq 8 \text{ s}$  festzulegen und das Schieberollmoment nicht zu klein zu halten.

### Literatur

- [1] Bauvorschriften für Luftfahrtgerät der DDR, Segelflugzeuge, Eigenschaften und Leistungen 1961 (BVS).
- [2] Charles B. Westbrook and Duane T. McRuer, Handling qualities and pilot dynamics. Aero-Space Engineering, May 1959.
- [3] J. Gedeon, Statische Längsstabilitätsmessungen an Segelflugzeugen. Schweizer Aero-Revue 4/1961.
- [4] H. Zacher, Flugeigenschaftsuntersuchungen an 14 Segelflugzeugen, FFM-Bericht Nr. 40.
- [5] K. H. Doetsch, Flugeigenschaftsrichtlinien, Unveröffentlichter DVL-Bericht 1943.

[6] Dr. Piero Morelli, On the dynamic longitudinal stability of sailplanes with fixed and free controls. Schweizer Aero-Revue 9/1961.

[7] Robert M. Crone and Ralph C. A'Harrar, A new modified acceptance criterion for lateral directional flying qualities. Aero-Space Engineering, September 1960.

Tabelle 1

Flugeigenschaftliche Forderungen für die Längsstabilität nach [1]

Anstellwinkelstabilität	$\frac{dc_M}{dc_a} \leq -0,03$ von $v_{s1}$ bis $v_{DF}$
-------------------------	--

Anstellwinkelschwingung stark gedämpft

Bahnschwingung gedämpft für  $T_b < 12 \text{ s}$

Abklingzeit (1/e)

Schwingungsdauer  $t_b/T_b \leq 4,5$  für  $T_b > 12 \text{ s}$

Tabelle 2

Flugeigenschaftliche Forderungen für die Seitenstabilität und -steuerbarkeit nach [1]

Richtungsstabilität  $c'_{N_{\beta}} < 0$

Schieberollmoment  $c'_{L_{\beta}} > 0$

Abklingzeit (1/e)  $t_g/T_g \leq 2,0$  festes Ruder

Schwingungsdauer  $t_g/T_g \leq 3,0$  loses Ruder

Amplitudenverhältnis  $c_r/c_g \leq 1,0 \div 1,5$

Spiralstabilität (1/e)  $0 \leq t_s \leq -15 \text{ s}$  SR und QR fest  
 $0 \leq t_g \leq -15 \text{ s}$  SR und QR lose  
 $v \geq 1,4 v_s$

Empfehlungen für die Seitenstabilität:

Schwingungsdauer  $2 \leq T_g \leq 8 \text{ s}$

Empfehlungen für die Seitensteuerbarkeit:

Querruderausschlag  $\frac{\xi}{\zeta} \leq 0,3 (-0,5)$

Seitenruderausschlag

### Anhang

Gleichungen der Längsbewegung, festes Ruder, im bahnfesten Koordinatensystem.

$$1) \quad \dot{v} - 2 c_a t_g \gamma \cdot \delta v/v + c'_{w_a} \delta \alpha + c_a \delta \gamma = 0$$

$$2) \quad -2 c_a \delta v/v - c'_a \delta \alpha + \dot{\gamma} - c_a t_g \gamma \delta \gamma = 0$$

$$3) \quad \ddot{\alpha} - (c'_{M_y} + c'_{M_{\alpha}}) \left( \frac{l_{\mu}}{i_y} \right)^2 \dot{\alpha} - c'_{M_{\alpha}} \frac{s}{l_{\mu}} \left( \frac{l_{\mu}}{i_y} \right)^2 \frac{\rho_F}{\rho} \delta \alpha + \ddot{\gamma} - c'_{M_y} \left( \frac{l_{\mu}}{i_y} \right)^2 \dot{\gamma} = 0$$

Charakteristische Gleichung

$$\lambda^4 + B \lambda^3 + C \lambda s + D \lambda + E = 0$$

mit den Koeffizienten (unter Vernachlässigung kleiner Glieder)

$$B = c_a - (c'_{M_y} + c'_{M_{\alpha}}) \left( \frac{l_{\mu}}{i_y} \right)^2$$

$$C = 2c_a^2 - c'_a \cdot c'_{M_y} \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 - c'_{M_\alpha} \frac{s}{l_\mu} \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 \frac{\rho_F}{\rho} - 2c_a (c'_{w_\alpha} + c'_a \operatorname{tg} \gamma)$$

$$D = -2c_a^2 (c'_{M_y} + c'_{M_\alpha}) \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 + 2c_a (c'_{w_\alpha} + c'_a \operatorname{tg} \gamma) c'_{M_y} \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2$$

$$- 3c_a c'_{M_\alpha} \operatorname{tg} \gamma \frac{s}{l_\mu} \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 \frac{\rho_F}{\rho}$$

$$E = -2c_a^2 c'_{M_\alpha} \frac{s}{l_\mu} \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 \frac{\rho_F}{\rho}$$

Stabilitätsbedingungen

$$B > 0; C > 0; D > 0; E > 0$$

$$R = (BC - D) D - B^2 E > 0$$

### Zusammenstellung der Näherungsformeln für die Längsstabilität

Abklingzeit der Anstellwinkelbewegung

$$t_{a,1/e} \approx - \frac{2T_F}{\left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 (c'_{M_y} + c'_{M_\alpha}) - c'_a}$$

Schwingungsdauer der Anstellwinkelbewegung:

$$T_a \approx \frac{2\pi T_F}{\sqrt{-\frac{\rho_F s}{\rho l_\mu} \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 c'_{M_\alpha} + 2c_a^2 - \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 c'_{M_y} c'_a - \frac{1}{4} \left[ c'_a - (c'_{M_y} + c'_{M_\alpha}) \left(\frac{l_\mu}{i_y}\right)^2 \right]^2}}$$

Dämpfungszahl:

$$D = \frac{T_a}{2\pi t_{a,1/e}}$$

Schwingungsdauer der Bahnbewegung:

$$T \approx \frac{\pi}{g} \sqrt{2} v \sqrt{1 + \frac{l_\mu}{s} \frac{1}{\rho_F} c'_{M_y} \frac{1}{dc_M} \frac{1}{dc_a}}$$

Gleichungen der Seitenbewegung, festes Seiten- und Querruder im experimentellen Koordinatensystem ( $l_{xz} = 0$ ).

$$1) c'_{q_\beta} \beta + c_a \cdot \mu - \dot{\chi} \cdot \cos \gamma = 0$$

$$2) c'_{L_Z} \cdot \ddot{\beta} + c'_{L_\beta} \frac{\rho_F}{\rho} \beta - \left(\frac{i_x}{s}\right)^2 \ddot{\mu} + c'_{L_x} \dot{\mu} + \left(\frac{i_x}{s}\right)^2 \sin \gamma \dot{\chi} + (c'_{L_Z} - c'_{L_x} \sin \gamma) \dot{\chi} = 0$$

$$3) -\left(\frac{l_Z}{s}\right)^2 \ddot{\beta} + c'_{N_Z} \dot{\beta} + c'_{M_\beta} \frac{\rho_F}{\rho} \beta + c'_{N_x} \dot{\mu} - \left(\frac{l_Z}{s}\right)^2 \dot{\chi} + (c'_{N_Z} - c'_{N_x} \sin \gamma) \dot{\chi} = 0$$

Charakteristische Gleichung

$$\lambda^4 + B \lambda^3 + C \lambda^2 + D \lambda + E = 0$$

mit den Koeffizienten (unter Vernachlässigung kleiner Glieder)

$$B = -\left(\frac{s}{i_x}\right)^2 c'_{L_x} - \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{M_Z} + c'_{q_\beta}$$

$$C = \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 (c'_{L_x} c'_{N_Z} - c'_{N_x} c'_{L_Z}) - \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 \frac{\rho_F}{\rho} c'_{N_\beta} -$$

$$- c'_{q_\beta} \left[ \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 c'_{L_x} + \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{N_Z} \right]$$

$$D = (-c'_{L_\beta} c'_{N_x} + c'_{N_\beta} c'_{L_x}) \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 \frac{\rho_F}{\rho} +$$

$$+ \left[ \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 c'_{L_\beta} + \operatorname{tg} \gamma \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{N_\beta} \right] \frac{\rho_F}{\rho} c_a +$$

$$+ c'_{q_\beta} (c'_{L_x} c'_{N_Z} - c'_{N_x} c'_{L_Z}) \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2$$

$$E = \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 \frac{\rho_F}{\rho} c_q [c'_{N_\beta} c'_{L_Z} - c'_{L_\beta} c'_{N_Z} +$$

$$+ \operatorname{tg} \gamma (c'_{L_\beta} c'_{N_x} - c'_{N_\beta} c'_{L_x})]$$

### Zusammenstellung der Näherungsformeln für die Seitenstabilität und -steuerbarkeit

Abklingzeit der Gierbewegung:

$$t_{g,1/e} \approx - \frac{2T_F}{\left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{M_Z} - c'_{q_\beta}}$$

Schwingungsdauer der Gierbewegung:

$$T_g \approx \frac{2\pi T_F}{\sqrt{-\frac{\rho_F}{\rho} \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{N_\beta} - \frac{1}{4} \left[ \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{N_Z} \right]^2 - c_a \frac{\rho_F}{\rho} \frac{c'_{L_x}}{c'_{L_\beta}}}}$$

Abklingzeit der Spiralbewegung:

$$c_{s,1/e} \approx \frac{c'_{L_\beta} \left[ c_a \left(\frac{l_Z}{s}\right)^2 - c'_{M_x} \right] + c'_{N_\beta} c'_{L_x}}{-c'_{L_\beta} c'_{N_Z} + c'_{N_\beta} c'_{L_Z} + \operatorname{tg} \gamma (c'_{L_\beta} c'_{N_M} - c'_{N_\beta} c'_{L_M})} \frac{v}{g}$$

Grenze der Spiralstabilität: ( $E = 0$ )

$$-c'_{N_\beta} c'_{N_Z} + c'_{N_\beta} c'_{L_Z} + \operatorname{tg} \gamma (c'_{L_\beta} c'_{N_x} - c'_{N_\beta} c'_{L_x}) = 0$$

Grenze der Taumelstabilität: ( $R = 0$ )

$$-c'_{N_\beta} c'_{L_x} \left[ \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{L_x} c'_{N_Z} + c_a \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 c'_{L_Z} \right] -$$

$$- c_a \frac{\rho_F}{\rho} c'_{L_\beta} \left[ c_a \left(\frac{l_Z}{s}\right)^2 c'_{L_\beta} + c'_{N_\beta} c'_{L_x} \right] = 0$$

Amplitudenverhältnis:

$$\frac{c_r}{c_g} = \frac{\frac{c'_{L_\beta}}{c'_{N_g}} \left(\frac{l_Z}{i_x}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{s}{i_x}\right)^4 \frac{c'_{L_\beta}{}^2}{\rho \left(\frac{s}{i_Z}\right)^2 c'_{N_\beta}}}}$$

Seitensteuerbarkeit im stationären Schiebeflug:

$$\frac{\xi}{\zeta} = - \frac{c'_{N_\rho}}{c'_{L_\xi}} \frac{1}{\frac{c'_{N_\xi}}{c'_{L_\xi}} - \frac{c'_{M_\beta}}{c'_{L_\beta}}}$$