

# Messzahlen und Methode für die Berechnung und Kontrolle der dynamischen Flugeigenschaften von Segelflugzeugen

Von J. Gedeon, Technische Universität, Budapest.  
Vortrag am 10. OSTIV-Kongress, South Cerney (England), Juni 1965

In den letzten 20 Jahren wurden auf dem Gebiet der Flugeigenschaften viele neue Ergebnisse erzielt. Was uns Segelflieger von diesen neuen Erkenntnissen am meisten interessiert, könnte etwa folgendermassen kurz zusammengefasst werden:

Es ist ratsam, bei der Untersuchung der Flugeigenschaften die Maschine mit dem Piloten zusammen als einen Regelkreis zu behandeln und dabei die spezifischen Forderungen

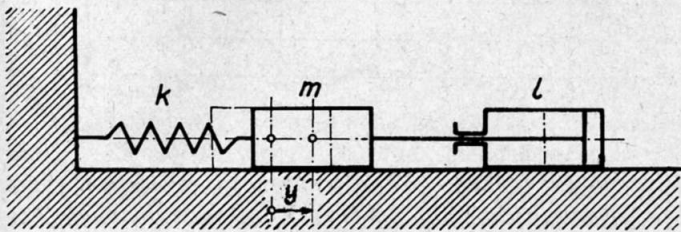
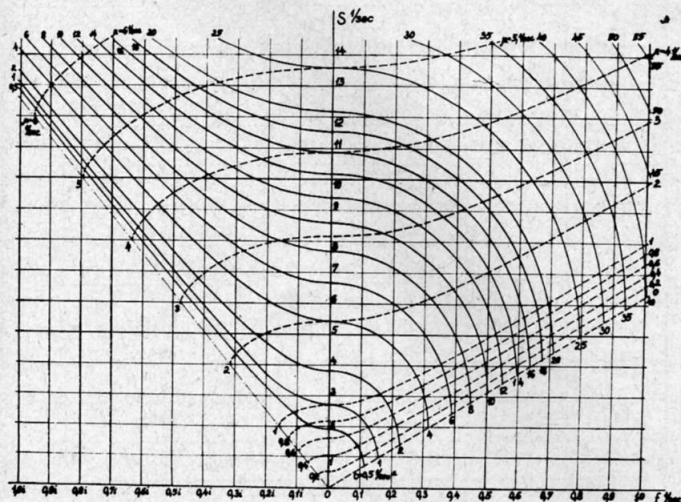


Abb. 1

der Handregelung besonders zu berücksichtigen. Interessanterweise kann das Erscheinen dieser Auffassung auf eine vom Piloten ganz unabhängige Ursache zurückgeführt werden. Die Methoden der Regelungstechnik wurden in die Erforschung der Flugeigenschaften zuerst nur eingeführt, um die Flugregler an die dynamischen Eigenschaften des Flugzeuges bzw. des Flugkörpers optimal anpassen zu können. [1] Erst später dachte man daran, diese Berechnungsmethoden auch beim System Mensch-Flugzeug anzuwenden (z. B.: [2]). Neuerdings stehen die Probleme des bemannten Raumflugs im Vordergrund, und ihnen verdanken wir einige auch bei der Flugzeugberechnung gut anwendbare Abhandlungen (z. B.: [3]).

Abb. 2



Leider sind die meisten dieser Berechnungsmethoden für den Segelflugzeugbau an Kosten und Arbeitszeit zu aufwendig. Bei den relativ bescheidenen Mitteln der Segelfliegerei kann die Benützung von Simulatoren, elektronischen Rechenmaschinen usw. kaum in Betracht kommen. Deshalb wurde am Lehrstuhl für Flugzeugbau der Technischen Universität in Budapest, unter der Leitung von Prof. Dr. Ing. Elemér Rácz, versucht, eine möglichst einfache Berechnungsmethode für die dynamische Analyse des Systems Mensch-Segelflugzeug zu entwickeln. Das Ergebnis unserer Arbeiten ist die nachfolgende Zweistufen-Berechnungsmethode. Sie wurde bei mehreren Prototypen-Berechnungen und Flugkontrollen mit gutem Erfolg angewandt.

Symbole:

a	Schwingungsamplitude	[m]
$b = \frac{1}{m}$	Dämpfungskonstante	$\left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$
$c = \frac{k}{m}$	Spezifische Federkonstante	$\left[ \frac{1}{\text{sec}^2} \right]$
c	Scheinbare Federkonstante	$\left[ \frac{1}{\text{sec}^2} \right]$
d	Differentialzeichen	
e	$e = 2,71828 \dots$	
f	Frequenz	$\left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$
$f_k = \frac{am}{z}$	Resonanzfunktion	$[\text{sec}^2]$
h	Steuerweg	[m]
i	$i = \sqrt{-1}$	
$k \sqrt{2^3}$	Federkonstante	$\left[ \frac{\text{kp}}{\text{m}} \right]$
l	Dämpfung	$\left[ \frac{\text{kp sec}}{\text{m}} \right]$
m	Masse	$\left[ \frac{\text{kp sec}^2}{\text{m}} \right]$
n	Übersetzung	
q	Steuerkraft	[kp]
s	Unabhängige Veränderliche in Operatorenform	
t	Zeit	[sec]
x/t/	Steuereingriff	
y/t/	Geregelte Grösse (Position, Winkel, Geschwindigkeit usw.)	
$\bar{y}/t/$	Sollwert der geregelten Grösse	
z/t/	Äussere Störung	
E	Empfindlichkeitszahl des Systems	
F/s/	Operatorenform der Übertragungsfunktion der Steuerung	

G/s/	Operatorenform der Übertragungsfunktion des Instruments bzw. des Sinnesorgans	
H/s/	Operatorenform der Steuerwegfunktion	
K	Verstärkungsfaktor	
$M = \frac{1}{A}$	Beweglichkeitszahl des Systems	$\left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$
Q/s/	Operatorenform der Steuerkraftfunktion	
R/s/	Operatorenform der Übertragungsfunktion des geregelten Systems (des Segelflugzeuges)	
S	Stabilitätszahl des Systems	
T	Schwingungszeit	[sec]
$T_I$	Zeitkonstante (Phasenverzögerungsglied)	[sec]
$T_L$	Zeitkonstante (Vorhalteglied)	[sec]
$T_N$	Zeitkonstante der Muskelverzögerung	[sec]
V/s/	Operatorenform der Summe des Regelingriffes und der äusseren Störung	
X/s/	Operatorenform des Regeleingriffes	
Y/s/	Operatorenform von $y/t/$	
$\bar{Y}/s/$	Operatorenform von $\bar{y}/t/$	
$Y_e/s/$	Operatorenform der menschlichen Übertragungsfunktion	
Z/s/	Operatorenform von $z/t/$	
$a$	Verstärkungsfaktor für Lagesteuerung	$\left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$
$\beta$	Verstärkungsfaktor für Geschwindigkeitssteuerung	$\left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$
$\gamma$	Grad der erforderlichen Überregelung	
$\delta$	Phasenwinkel wegen der Totzeit	[rad], [°]
$\zeta$	Dämpfungsgrad	
$K = \frac{2 \mu}{\sqrt{c}}$		
$\mu = \frac{b}{2}$	Dämpfungskonstante	$\left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$
$\mu^*$	Scheinbare Dämpfungskonstante	$\left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$
$\pi = 3,14159$		
$\tau$	Totzeit	[sec]
$\varphi$	Phasenwinkel	[rad], [°]
$\omega$	Kreisfrequenz	$\left[ \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$
$\omega_0 = \sqrt{c}$	Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems	$\left[ \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$
$\Delta$	Regelzeit	[sec]
$\Omega$	Kreisfrequenz der Störung	$\left[ \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$

### 1. Erste Stufe: Bestimmung der Messzahlen für die Stabilität, Beweglichkeit und Empfindlichkeit

Der Flugzeugführer hat die Aufgabe bzw. die Absicht, seine Maschine einer vorgeschriebenen Flugbahn entlang – in welchem Begriff jetzt auch die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit inbegriffen sein soll – zu führen. Um dies innerhalb der zulässigen Fehlergrenzen leicht und sicher durchführen zu können, verlangt der Pilot von seiner Maschine drei Eigenschaften: genügende Stabilität und Beweglichkeit, ferner die richtige Empfindlichkeit für die

Steuereingriffe. Von diesen drei Eigenschaften wurde bisher nur die Stabilität einer eingehenden Analyse gewürdigt, und auch bei dieser finden wir keine universal anerkannte und brauchbare Messzahl für ihre Grösse. Die Beweglichkeit ist eigentlich nur bei der Rollbewegung (Querruder-Wirksamkeit) eindeutig definiert, im übrigen finden wir

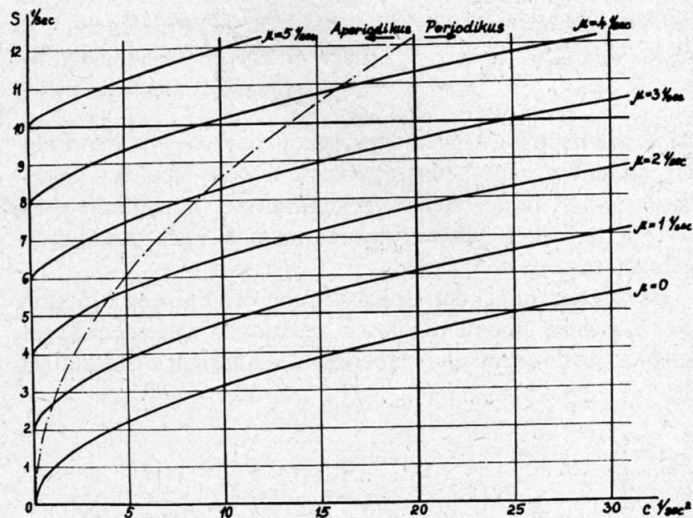


Abb. 3

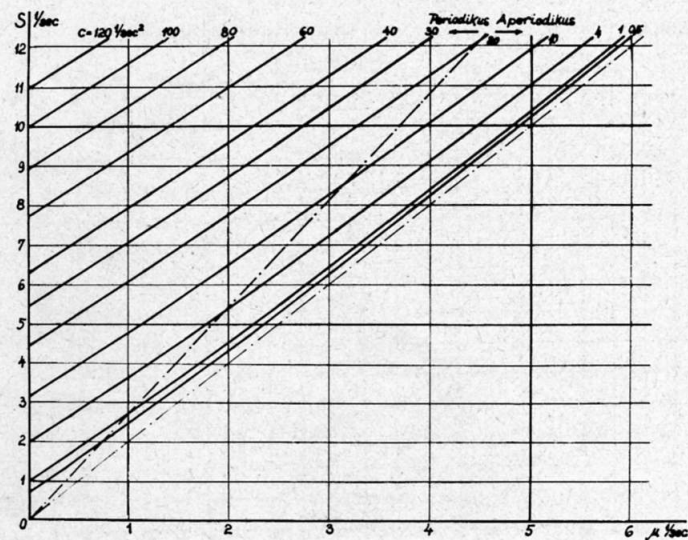
bloss einige praktische Forderungen in den Vorschriften für Flugeigenschaften, die dem Konstrukteur wenig Anhalt bieten. Dasselbe gilt auch für die Empfindlichkeit: Es sind nur einige praktische Richtwerte zu finden, die meistens mit den Forderungen für Beweglichkeit gemeinsam als Steuerbarkeit diskutiert werden.

In der ersten Stufe unseres Berechnungsprogramms werden die Messzahlen für die Stabilität, für die Beweglichkeit und für die Empfindlichkeit nach folgenden Definitionen und Formeln errechnet:

#### 1.1 Stabilität

Als Stabilität wollen wir diejenige Eigenschaft einer Gleichgewichtslage oder einer Bewegung eines Systems bezeichnen, die es befähigt – falls durch äussere Störung aus der Gleich-

Abb. 4



gewichtslage bzw. aus der Bahn abgelenkt –, die ungestörte Lage bzw. Bahn wiederzugewinnen. Als exakte Definition der Stabilität kann z. B. diejenige Ljapunow und Malkin [4] empfohlen werden.

Als Messzahl der Stabilität (manchmal nicht ganz zutreffend auch «Stabilitätsgüte» genannt) werden von verschiedenen Autoren der Dämpfungsfaktor, der Dämpfungsgrad, der Phasenrand bzw. der Amplitudenrand sowie die Regelfläche vorgeschlagen. Jede dieser Auffassungen hat etwas für sich, doch konnte bisher keine von ihnen allgemeine Anerkennung und Gebrauch finden. Deshalb haben wir, anstatt uns einer dieser Auffassungen anzuschliessen, folgende Definition aufgestellt:

Die Messzahl für die Stabilität (der Gleichgewichtslage bzw. der Bewegung) eines Systems sei der Reziprokwert des Maximalausschlages von der Gleichgewichtslage bzw. von der ungestörten Bahn bei Einwirkung der Einheitsstörung. Da wir einem stabilen System sinngemäss immer eine positive Messzahl zuordnen wollen, ist immer der Absolutwert des Ausschlages zu nehmen. Bei linearen Systemen können wir dies in Differentialform schreiben:

$$S = \frac{dz}{d(y(t) - \bar{y}(t))_{\max}} \quad (1)$$

Bei nichtlinearen Systemen kann der Quotient bei den im Betrieb zu erwartenden Stör- und Ausschlaggrössen gebildet werden:

$$S' = \frac{z}{(y(t) - \bar{y}(t))_{\max}} \quad (1/a)$$

Der zeitliche Verlauf der Störgrösse ist den Betriebsverhältnissen anzupassen.

a) Bei selten auftretenden, im Verhältnis zu der Eigenschwingungszeit des Systems kurzen Störimpulsen können wir eine halbe Sinus-Welle oder einen Einheitsimpuls nehmen.

b) Bei Störungen mit periodischem Charakter können wir die Frequenzcharakteristik des untersuchten Systems ermitteln. Wenn wir dies – z. B. in der Form eines Bode-Diagramms aufgetragen – haben, können wir die Auswirkungen verschiedener Sinus-Störfunktionen vorausberechnen.

c) Bei stochastischen Störungen – wie z. B. bei Thermikflügen – hat man die verallgemeinerte Fourier-Analyse der Störungen durchzuführen. Danach kann die weitere Berechnung wie bei den periodischen Störungsformen vorgenommen werden.

Es bedarf noch einige Erläuterungen, welche Grösse bei der Einheitsstörfunktion als Einheit zu nehmen ist. Es wäre verfehlt, hierbei mechanisch immer 1 kp oder 1 kp/sec einzusetzen, denn in diesem Fall wäre ein grösseres, also schwereres System immer stabiler als ein sonst gleiches, kleineres. Als Einheit ist also immer eine Veränderung der äusseren Verhältnisse – z. B. eine Einheitsböe – zu nehmen. Nur dann ist Kraft oder Impuls als Einheit zu wählen, wenn die Grösse der Einwirkung unabhängig von der Grösse des Systems ist.

## 1.2 Beweglichkeit

Hat ein System einem zeitlich veränderlichen Sollwert zu folgen, wie z. B. ein Segelflugzeug bei Zentrierung in

einer schwachen Thermik, so kommt zu der Stabilität noch eine weitere Flugeigenschaftsforderung dazu: Die Beweglichkeit. In der Literatur finden wir manchmal auch andere Bezeichnungen für diese Eigenschaft wie «Geschwindigkeit

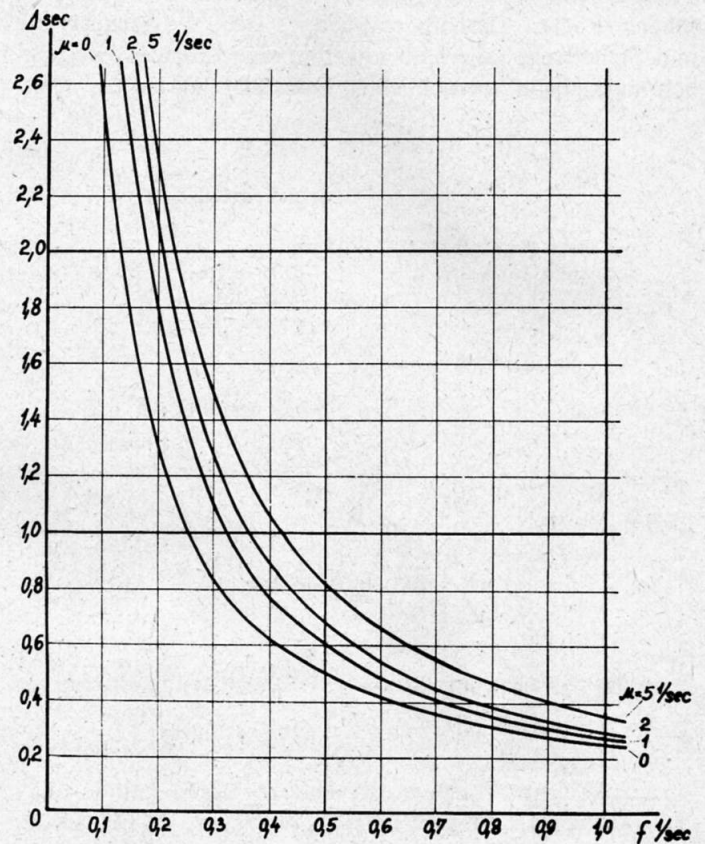


Abb. 5

der Regelung» [5], oder «Betragsanschmiegung und Phasenanschmiegung» [6]. Kurz: Die Beweglichkeit ist die Eigenschaft eines Systems, die es befähigt, einem zeitlich veränderlichen Sollwert innerhalb gegebenen Fehlergrenzen zu folgen.

Um die Grösse der Beweglichkeit eines Systems zahlenmässig angeben zu können, empfehlen wir:

Die Messzahl für die Beweglichkeit eines Systems sei der Reziprokwert seiner Regelzeit. Als Regelzeit wird hierbei diejenige Zeitspanne bezeichnet, die nach der sprungartigen Veränderung des Sollwertes bis zur ersten Erreichung des bzw. bis zum ersten Durchgang durch diesen neuen Sollwert vergeht.

$$M = \frac{1}{\Delta} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (2)$$

Oft begegnet man der Meinung, eine Steigerung der Stabilität verringere die Beweglichkeit und umgekehrt. Dass dies durchaus nicht so sein muss, hat für den Fall der Längsbewegung schon Lehmann gezeigt [7]. Auf die nähere Analyse dieses Problems kommen wir noch zu sprechen.

Gewiss sind auch die Rollgeschwindigkeit, d. h. die Querruderwirksamkeit, der kleinste erfliegbare Kurvenradius und die Kurvenwechselzeit zu den Beweglichkeitsparametern zu zählen, aber diese Werte können von den übrigen Flugeigenschaften gesondert und ohne Berücksichtigung des Flugzeugführers wie die Flugleistungen errechnet und gemessen werden.

### 1.3 Empfindlichkeit

Bei der Untersuchung der Stabilität und der Beweglichkeit haben wir uns mit den Eigenschaften des Systems Mensch-Flugzeug sozusagen von aussen her beschäftigt. Der Mensch ist zwar ein sehr, doch nicht ein grenzenlos anpassungsfähiger Regler. Deshalb empfiehlt es sich, die Steuerkräfte und Steuerwege innerhalb annehmbaren Grenzen, womöglich nahe beim menschlichen Optimum zu halten. Dies-

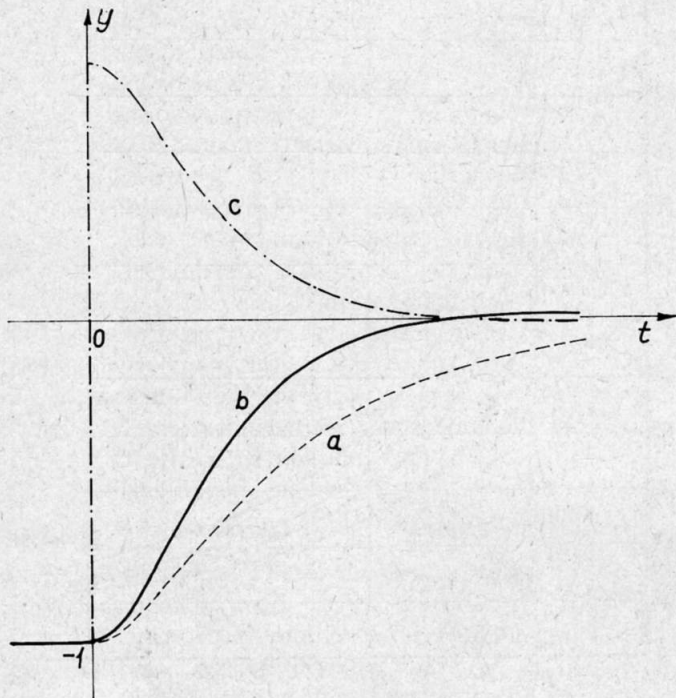


Abb. 6

bezügliche Forderungen sind in den Vorschriften meistens unter dem Titel Steuerbarkeit (oder auch Beweglichkeit) zu finden. Um bei der Betrachtung der vielen Bäume den Überblick über den Wald nicht zu verlieren, ist die Einführung einer Messzahl nützlich, die von den Regelungstechnikern Verstärkungsfaktor des offenen Regelkreises genannt wird, die wir hier aber lieber als Empfindlichkeit des geregelten Systems bezeichnen werden.

Die Messzahl für die Empfindlichkeit eines geregelten Systems sei die Grösse des Eingriffes, der den Sollwert um eine Einheit verändert. Bei linearen Systemen kann dies in Differentialform geschrieben werden:

$$E = \frac{d\bar{y}}{dx} \quad (3)$$

Bei nichtlinearen Systemen ist ein Durchschnittswert zu nehmen:

$$E = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_0}{x} \quad (3/a)$$

### 1.4 Modell mit einem Freiheitsgrad

Als das einfachste dynamische Modell für die Durchführung von Untersuchungen mit den vorher empfohlenen Messzahlen bot sich das gedämpfte Schwingungssystem mit

einem Freiheitsgrad (Abb. 1), oder genauer gesagt, dessen Differentialgleichung:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = 0 \quad [kp] \quad (4)$$

oder:

$$\ddot{y} + b\dot{y} + cy = 0 \quad \left[ \frac{m}{\text{sec}^2} \right] \quad (4/a)$$

bei einigen Autoren auch:

$$y + 2\zeta\omega_0\dot{y} + \omega_0^2 y = 0 \quad \left[ \frac{m}{\text{sec}^2} \right] \quad (4/b)$$

Dieses Modell ist in ganz allgemeingültiger Form gemeint; so ist z. B. bei der Anstellwinkel-Schwingung (mit den üblichen Bezeichnungen):  $y = \delta$ , usw.

### 1.41 Stabilität

Die Grösse der Stabilität ist bei selten auftretenden, impulsartigen Störungen:

a) Bei einem aperiodischen System ( $b^2 - 4c = -4\omega^2 > 0$ ):

$$S = \frac{\mu - i\omega}{\left[ \frac{\mu + i\omega}{\mu - i\omega} \right] \frac{\mu + i\omega}{-2i\omega}} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (5)$$

oder auch:

$$S = \frac{\sqrt{c - \omega^2} - i\omega}{\left[ \frac{\sqrt{c - \omega^2} + 2\omega}{\sqrt{c - \omega^2} - i\omega} \right] \frac{\sqrt{c - \omega^2} + i\omega}{-2i\omega}} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (6)$$

wobei zu berücksichtigen ist, dass  $\omega$  hier imaginär ist, also  $i\omega$  und  $\omega^2$  negativ reell sind.

b) Beim aperiodischen Grenzfall ( $b^2 - 4c = -4\omega^2 = 0$ ):

$$S = \epsilon \mu \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (7)$$

oder:

$$S = \epsilon \sqrt{c} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (8)$$

c) Bei einem periodischen System ( $b^2 - 4c = -4\omega^2 < 0$ ):

$$S = \sqrt{\omega^2 + \mu^2} \epsilon \frac{\mu}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\mu} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (9)$$

oder:

$$S = \sqrt{c} e^{\sqrt{\frac{c}{\omega^2} - 1} \arctg \frac{1}{\sqrt{\frac{c}{\omega^2} - 1}}} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (10)$$

Eine Übersicht über die Verhältnisse kann durch Abb. 2-4 gewonnen werden. In Abb. 2 ist die Stabilität als Funktion der Eigenfrequenz dargestellt. Die eine Kurvenschar hat den Dämpfungsfaktor, die andere die Federkonstante als Parameter. Man ersieht hieraus, dass beide stabilisierend wirken. (Die imaginären Eigenfrequenzen bedeuten aperiodische Systeme.) Aus Abb. 3 und 4 ist unmittelbar die stabilisierende Wirkung der Federkonstante bzw. des Dämpfungsfaktors zu entnehmen.

Ist die Störfunktion periodisch und andauernd, so ist die besondere Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y} + b\dot{y} + cy = \sin \Omega t \quad \left[ \frac{m}{\text{sec}^2} \right] \quad (11)$$

zu finden. Wie aus der Literatur bekannt (z. B.: [8]), hat diese die Form:

$$y = a \sin(\Omega t - \varphi) \quad [m] \quad (12)$$

Mit den Kurzzeichen

$$\kappa = \frac{2\mu}{\sqrt{c}} \quad \text{und} \quad \xi = \frac{\Omega}{\sqrt{c}}$$

ist

$$f_{\kappa} = \frac{am}{z} = \frac{1}{c \sqrt{(1-\xi^2)^2 + \kappa^2 \xi^2}} \quad [sec^2] \quad (13)$$

und damit:

$$S' = c \sqrt{(1-\xi^2)^2 + \kappa^2 \xi^2} \quad \left[ \frac{1}{sec^2} \right] \quad (14)$$

Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, dass:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\kappa \xi}{1-\xi^2} \quad (15)$$

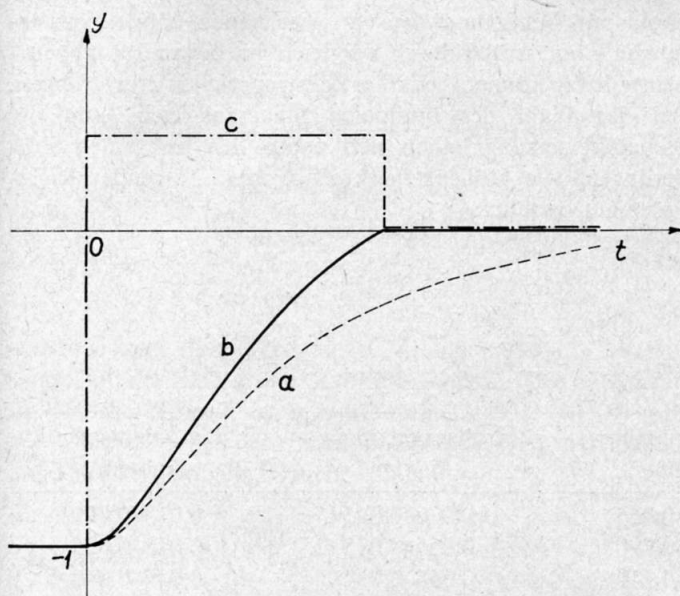


Abb. 7

#### 1.42 Beweglichkeit

Bei aperiodischen Systemen und im aperiodischen Grenzfall ist die Regelzeit unendlich lang. Dass solche Systeme im praktischen Gebrauch mit Handregelung keineswegs so unbrauchbar träge sind, hängt mit einer Eigenart der Handsteuerung zusammen, auf welche wir noch zu sprechen kommen.

Bei periodischen Systemen ist:

$$\Delta = \frac{1}{\omega} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( -\frac{\omega}{\mu} \right) \quad [sec] \quad (16)$$

oder

$$\Delta = \frac{1}{\omega} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( -\frac{1}{\sqrt{\frac{c}{\omega^2} - 1}} \right) \quad [sec] \quad (17)$$

Es ist leicht einzusehen, dass dabei  $\Delta \geq \frac{1}{4f}$  ist (Abb. 5).

#### 1.43 Empfindlichkeit

Wünschen wir bei unserem Modell eine Sollwertänderung, so haben wir mit der Kraft  $q = k(\bar{y}_1 - \bar{y}_0)$  einzuwirken, wobei am Stellort eine Verschiebung von  $h = \bar{y}_1 - \bar{y}_0$  hervorgerufen wird. Der Eingriff kann mit der folgenden Matrix geschrieben werden:

$$x = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 - \bar{y}_0 \\ k(\bar{y}_1 - \bar{y}_0) \end{bmatrix} \begin{matrix} [m] \\ [kp] \end{matrix} \quad (18)$$

Die Empfindlichkeit ist also:

$$E = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_0}{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{k} \end{bmatrix} \begin{matrix} \left[ \frac{m}{m} \right] \\ \left[ \frac{m}{kp} \right] \end{matrix} \quad (19)$$

Bei den Flugzeugen haben wir immer eine Übersetzung in der Steuerung. In diesem Fall ist:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \\ \frac{n}{k} \end{bmatrix} \begin{matrix} \left[ \frac{m}{m} \right] \\ \left[ \frac{m}{kp} \right] \end{matrix} \quad (19/a)$$

#### 1.5 Ergänzung des Modells mit einigen einfachen Regelungen

##### 1.51 Proportionale Regelung ohne Totzeit

Wir wollen unser Modell mit einem proportional wirkenden Regler ausstatten, deren Eingriff auf  $y$  mit der Proportionalkonstanten  $-\alpha$ , auf  $\dot{y}$  mit  $-\beta$  erfolgt. Die Differentialgleichung der Bewegung des ungestörten Systems lautet daher:

$$\ddot{y} + b\dot{y} + cy = \alpha y - \beta \dot{y} \quad (20)$$

oder:

$$\ddot{y} + (b+\beta)\dot{y} + (c+\alpha)y = 0 \quad (20/a)$$

Es ist unschwer beweisbar, dass die Bewegung dieses Systems dieselbe ist, wie diejenige eines Systems ohne Regelung, aber mit den Parametern:

$$c^* = c + \alpha \quad (21/a)$$

$$\mu^* = \mu + \frac{\beta}{2} \quad (21/b)$$

$$\omega^* = \sqrt{c + \alpha - \left(\mu + \frac{\beta}{2}\right)^2} \quad (21/c)$$

Deshalb können wir diese Größen, scheinbare Federkonstante, scheinbarer Dämpfungsfaktor und scheinbare Eigenkreisfrequenz nennen. Wie eine solche Regelung die Regelzeit eines aperiodischen Systems reduziert, ist aus Abb. 6 zu erkennen. Die Kurve a zeigt den Verlauf der Bewegung des Grundsystems nach einem Einheitssprung. Kurve b zeigt den Eingriff des Reglers als Funktion der Zeit, Kurve c die resultierende Bewegung.

##### 1.52 Handregelung von trägen Systemen

Es kann zwar vorkommen, dass die Handregelung z. B. eines aperiodischen Systems bei Sollwertänderung als pro-

portionale Regelung modelliert werden kann, doch ist dies als eine Ausnahme zu betrachten. Die Simulatorversuche und die Beobachtungen zeigen eindeutig, dass in solchen Fällen der Eingriff der Regelung eher den in Abb. 7 dar-

Je kürzer die einzuhaltende Regelzeit ist, um so grösser muss der Grad der Überregelung sein. Bei aperiodischen Systemen kann der Grad der erforderlichen Überregelung aus folgender Gleichung ermittelt werden:

$$\frac{\delta}{1+\delta} = \frac{\mu + i\omega}{2i\omega} e^{(-\mu+i\omega)\Delta} - \frac{\mu+i\omega}{2i\omega} e^{(-\mu-2\omega)\Delta} \quad (22)$$

Im aperiodischen Grenzfall:

$$\frac{\delta}{1+\delta} = (1+\mu\Delta)e^{-\mu\Delta} \quad (23)$$

Wie es scheint, nehmen die Piloten Übersteuerungen von 10 bis 30% ohne Beschwerden wie im Unterbewusstsein hin. Mit Übersteuerungen von mehr als 100% darf man aber nicht, oder nur im Notfall rechnen.

### 1.6 Steuerwege und Steuerkräfte

Um die Stabilität und die Beweglichkeit eines Segelflugges mit Benützung der vorhergehenden Modellbetrachtungen – unterstützt durch Vergleich mit bekannten Typen – beurteilen zu können, bedarf es keiner speziellen Erörterungen. Bei der Wahl des optimalen Steuerausgleichs und der Steuerübersetzung haben sich neben den bekannten Forderungen, wie Höhensteuerkraft/g, usw., folgende Richtwerte gut bewährt:

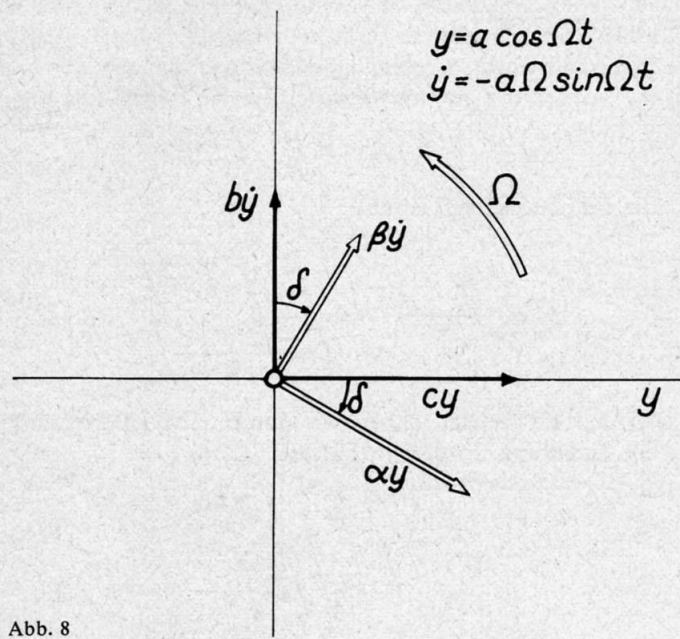


Abb. 8

gestellten zeitlichen Verlauf nimmt. Es scheint also, als dies eine Schwarz-Weiss-Regelung, die aber überregelt.

Tabelle I

Richtwerte für  $\frac{dq}{dh}$

Steuerung	Schulmaschine kp/mm	Übungsmaschine kp/mm	Leistungssegler kp/mm
Quersteuer mit Knüppel .....	0,035–0,055	0,030–0,045	0,015–0,020
mit Handrad .....	0,060–0,090	0,055–0,075	0,025–0,035
Höhensteuer mit Knüppel .....	0,070–0,110	0,065–0,090	0,030–0,040
mit Handrad .....	0,115–0,180	0,110–0,150	0,050–0,070
Seitensteuer .....	0,175–0,275	0,160–0,225	0,075–0,100

Diese Werte wurden unter der Voraussetzung ermittelt, dass die maximalen Steuerausschläge ungefähr die folgenden Werte haben: Quersteuer:  $\pm 200$  mm, Höhensteuer  $\pm$

220 mm, Seitensteuer  $\pm 160$  mm. Dazu kann noch während der Flugerprobung folgende – teils wohlbekannte, teils neuere – Maximalwerte kontrollieren:

Tabelle II

Die zulässigen bzw. empfohlenen grössten Steuerkräfte

Steuerung	Maximal erlaubt kp	Über 1 Minute dauernd oder häufig vorkommend erlaubt		Dauernd nicht ermüdend kp
		erlaubt kp	empfohlen kp	
Quersteuer mit Knüppel .....	$\leq 13$	$\leq 4,20$	$\leq 2,50$	$\leq 1,00$
mit Handrad .....	$\leq 20$	$\leq 6,50$	$\leq 3,80$	$\leq 1,50$
Höhensteuer mit Knüppel .....	$\leq 20$	$\leq 6,50$	$\leq 3,80$	$\leq 1,50$
mit Handrad .....	$\leq 30$	$\leq 10,00$	$\leq 6,00$	$\leq 2,50$
Seitensteuer .....	$\leq 50$	$\leq 15,00$	$\leq 9,00$	$\leq 3,50$

Mit der oben beschriebenen Näherungsmethode können die meisten praktischen Probleme mit hinreichender Genauigkeit gelöst werden. Manchmal ist es doch nötig, eine ausführlichere dynamische Analyse durchzuführen. Auch in solchen «schweren» Fällen kann man noch mit geeigneten Kurzmethoden viel Zeit einsparen.

## 2. Zweite Stufe: Einige Vereinfachungsmöglichkeiten bei der ausführlichen dynamischen Analyse

### 2.1 Berücksichtigung der Totzeit

Wenn wir den Menschen «als Regler» analysieren, können wir viele gute und auch einige schlechte Eigenschaften aufzählen. Eine solche, selten erwünschte Eigenschaft ist seine

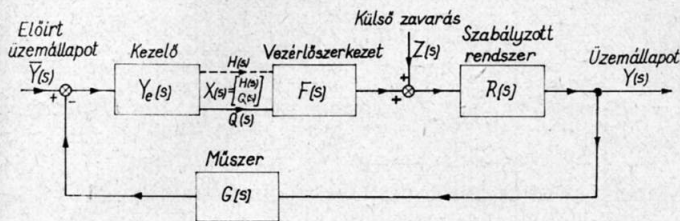


Abb. 9 - Előírt üzemállapot = Sollwert; Kezelő = Flugzeugführer; Vezérlőszervezet = Steueranlage; Külső zavarás = Äussere Störung; Szabályzott rendszer = Flugzeug; Üzemállapot = Lastwert; Műszer = Kontrollinstrument.

ziemlich lange Reaktionszeit, d. h. seine verhältnismässig lange Totzeit. Eine grosse Zahl der dynamischen Probleme ist auf die Totzeit zurückzuführen. Deshalb ist es gut, wenn wir dies bei der Berechnung ohne viel Arbeitsaufwand berücksichtigen können.

### 2.11 Berechnung der Übergangsfunktion

Ist bloss die Beweglichkeit zu berechnen, so können wir näherungsweise setzen:

$$\Delta \approx \Delta_{\tau=0} + \tau \quad [\text{sec}] \quad (24)$$

So ist bei unserem einfachen Schwingungsmodell:

$$\Delta \approx \frac{1}{\omega^*} \arctan \left( -\frac{\omega^*}{\mu^*} \right) + \tau \quad [\text{sec}] \quad (25)$$

Bei aperiodischen Systemen ist die zur Erreichung einer Regelzeit  $\Delta$  erforderliche Überregelung  $\gamma$ :

$$\frac{\gamma}{1+\gamma} = \frac{\mu+i\omega}{2i\omega} e^{-(\mu+i\omega)(\Delta-\tau)} - \frac{\mu+i\omega}{2i\omega} e^{-(\mu-i\omega)(\Delta-\tau)} \quad (26)$$

und im aperiodischen Grenzfall:

$$\frac{\gamma}{1+\gamma} = \left[ 1 + \mu(\Delta-\tau) \right] e^{-\mu(\Delta-\tau)} \quad (27)$$

Bei linearen Systemen ist manchmal die exakte Berechnung der Übergangsfunktion durch abschnittsweise Lösung der Differentialgleichung möglich [9]. Diese Rechnungen sind aber leider in den meisten Fällen mit dem Rechenschieber oder mit einer Tischrechenmaschine kaum zu bewältigen.

### 2.12 Analyse der Dauerschwingungen von linearen Totzeitsystemen

Bei der Beurteilung der dynamischen Flugeigenschaften ist eine der wichtigsten Forderungen, dass durch zu grosse Totzeit des Flugzeugführers und eventuell durch Übersteuerung die Schwingungen nicht aufgeschaukelt werden dürfen. Da die Bewegungen eines Segelflugzeuges in dieser Hinsicht mit hinreichender Annäherung linear sind, kann hier eine einfache Vektormethode angewandt werden.

Gesetzt den Fall, dass wir irgendwie die Frequenz  $\Omega$  der Bewegung ermittelt haben, können wir den zur Totzeit  $\tau$  gehörigen Phasenwinkel  $\delta$  berechnen (Abb.8).

$$\delta = \Omega \tau \quad [\text{rad}] \quad (28)$$

So ist z. B. bei der Berechnung des Bode-Diagramms eines Systems mit der Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + cy(t) = \sin \Omega t - \alpha y(t-\tau) - \beta \dot{y}(t-\tau) \quad (29)$$

$\Omega$  immer bekannt. Wir können darum die Gleichung durch Substitution und Umgruppierung in folgende Form bringen:

$$\ddot{y} + (b + \beta \cos \Omega \tau - \frac{\alpha}{\Omega} \sin \Omega \tau) \dot{y} + (c + \alpha \cos \Omega \tau + \beta \Omega \sin \Omega \tau) y = \sin \Omega t \quad (30)$$

Die scheinbare Federkonstante, Dämpfungsfaktor und Eigenfrequenz sind hier also:

$$c^* = c + \alpha \cos \Omega \tau + \beta \Omega \sin \Omega \tau \quad (31)$$

$$\mu^* = \mu + \frac{\beta}{2} \cos \Omega \tau - \frac{\alpha}{2\Omega} \sin \Omega \tau \quad (32)$$

$$\omega^* = \sqrt{c + \alpha \cos \Omega \tau + \beta \Omega \sin \Omega \tau - \left( \mu + \frac{\beta}{2} \cos \Omega \tau - \frac{\alpha}{2\Omega} \sin \Omega \tau \right)^2} \quad (33)$$

Es ist also:

$$\kappa = \frac{2\mu + \beta \cos \Omega \tau - \frac{\alpha}{\Omega} \sin \Omega \tau}{\sqrt{c + \alpha \cos \Omega \tau + \beta \Omega \sin \Omega \tau}} \quad (34)$$

$$\xi = \frac{SL}{\sqrt{c + \alpha \cos \Omega \tau + \beta \Omega \sin \Omega \tau}} \quad (35)$$

$$f_k = \frac{1}{(c + \alpha \cos \Omega \tau + \beta \Omega \sin \Omega \tau) \sqrt{(1-\xi^2)^2 + \kappa^2 \xi^2}} \quad [\text{sec}^2] \quad (36)$$

also

$$S' = (c + \alpha \cos \Omega \tau + \beta \Omega \sin \Omega \tau) \sqrt{(1-\xi^2)^2 + \kappa^2 \xi^2} \left[ \frac{1}{\text{sec}^2} \right] \quad (37)$$

Die Eigenfrequenz eines solchen Systems ist durch successive Approximation leicht zu finden. So sei z. B.:

$c=0,08$  1/sec<sup>2</sup>,  $\mu=0,2$  1/sec; also  $\omega=0,2$  1/sec und der Pilot habe:

$$\tau=0,5 \text{ sec}, a=0,5 \text{ 1/sec}^2, \beta=0,5 \text{ 1/sec.}$$

In erster Annäherung sei:

$$\omega^*=0,4 \text{ 1/sec, daher } \delta=0,2 \text{ rad, } c^*=0,6020 \text{ 1/sec}^2, \mu^*=0,03465 \text{ 1/sec, und daher } \omega^*=0,777 \text{ 1/sec.}$$

Mit  $\omega^*=0,777$  1/sec bekommen wir  $\omega^*=0,785$  1/sec, und der dritte Zyklus gibt schon dasselbe  $\omega^*=0,785$  1/sec als Endergebnis.

Diese Methode hat sich bei der Untersuchung von Querschwingungen im Flugzeugschlepp bestens bewährt.

## 2.2 Messzahlen für Stabilität, Beweglichkeit und Empfindlichkeit bei Systemen mit mehreren Freiheitsgraden

### 2.21 Stabilität

Bei einem System mit 6 Freiheitsgraden – wie bei einem Segelflugzeug – ist offenbar:

$$[S_{ik}] = \begin{bmatrix} \frac{\delta \ddot{x}_1}{\delta y_1} & \frac{\delta \ddot{x}_2}{\delta y_1} & \dots & \frac{\delta \ddot{x}_6}{\delta y_1} \\ \frac{\delta \ddot{x}_1}{\delta y_2} & \frac{\delta \ddot{x}_2}{\delta y_2} & \dots & \frac{\delta \ddot{x}_6}{\delta y_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\delta \ddot{x}_1}{\delta y_6} & \frac{\delta \ddot{x}_2}{\delta y_6} & \dots & \frac{\delta \ddot{x}_6}{\delta y_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{26} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{61} & S_{62} & \dots & S_{66} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Die Elemente der Hauptdiagonale sind die Stabilitätszahlen ohne die Berücksichtigung der gegenseitigen Beeinflussung. Die ausserdiagonalen Elemente geben den Grad der gegenseitigen Beeinflussung an. Sind sie unendlich gross – oder wenigstens gross im Verhältnis zum entsprechenden diagonalen Element –, so kann die gegenseitige Beeinflussung vernachlässigt werden.

### 2.22 Beweglichkeit

Bei der Beweglichkeit interessiert uns offenbar nur die beabsichtigte Bewegung und nicht der etwaige gegenseitige Einfluss.

Es ist also:

$$[M_i] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta_1} \\ \frac{1}{\Delta_2} \\ \dots \\ \frac{1}{\Delta_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_6 \end{bmatrix} \quad (39)$$

oder statt dessen:

$$[\Delta_i] = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \dots \\ \Delta_6 \end{bmatrix} \quad (39/a)$$

### 2.23 Empfindlichkeit

Auch hier sind die gegenseitigen Beeinflussungen von untergeordneter Bedeutung, und wir können setzen:

$$[E_i] = \begin{bmatrix} \frac{\delta y_i}{\delta x_i} \\ \frac{\delta y_2}{\delta x_2} \\ \dots \\ \frac{\delta y_6}{\delta x_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta y_1}{\delta h_1} \\ \frac{\delta y_1}{\delta q_1} \\ \frac{\delta y_2}{\delta h_2} \\ \frac{\delta y_2}{\delta q_2} \\ \dots \\ \frac{\delta y_6}{\delta h_6} \\ \frac{\delta y_6}{\delta q_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_6 \end{bmatrix} \quad (40)$$

### 2.3 Berechnung der Übertragungsfunktion des Flugzeugführers

Manchmal ist es nötig, die Übertragungsfunktion des Flugzeugführers zu berechnen, und zwar nicht nur für die eventuelle Eingabe in eine Analog-Rechenmaschine. Der Pilot arbeitet nämlich als ein adaptiver Regler, und deshalb sind gewisse Koeffizienten der Übertragungsfunktion eine Funktion der Eigenschaften des geregelten Systems. Daraus folgert aber die Möglichkeit, aus diesen Koeffizienten – wenn sie schon ermittelt sind – Schlüsse über die dynamischen Eigenschaften des geregelten Systems zu ziehen. Dies mag zuerst ein Paradoxon scheinen; in der Praxis ist es aber oft sehr zweckmässig, weil das Ausrechnen dieser Koeffizienten ziemlich leicht und schnell geht.

Für die Regelung einer Grösse (Abb. 9) kann die menschliche Übertragungsfunktion nach McRuer [2] in folgender Form geschrieben werden:

$$Y_E = K \frac{T_L i\omega + 1}{T_I i\omega + 1} \frac{e^{-i\omega\tau}}{T_N i\omega + 1} \quad (41)$$

Ist die Eigenfrequenz und der Dämpfungsgrad des geregelten Systems gegeben, so können die Konstanten K,  $T_L$  und  $T_I$  nach Hall [10] geschätzt werden. Beim Flugzeug haben wir ein System, das mit einem Blockschema nach Abb. 10 darzustellen ist. Der Flugzeugführer beobachtet alle sechs Freiheitsgrade der Bewegung – oder auch nur einige davon –, kontrolliert aber unmittelbar bloss die Drehbewegungen um die drei Achsen. Deshalb kann seine Übertragungsfunktion durch die Matrix  $[Y_{e ik}]$  dargestellt werden, wobei jedes Element  $Y_{e ik}$  die in der Gleichung (41) beschriebene Form hat.

Bei den diagonalen Elementen  $Y_{e ik}$  ( $i=k$ ) können die Konstanten  $K_{ik}$ ,  $T_{L ik}$ ,  $T_{I ik}$  für jeden Freiheitsgrad separat, wie bei einem Einparametersystem, berechnet werden. Die anderen Elemente  $Y_{e ik}$  ( $i \neq k$ ) sind wegen den gegenseitigen Beeinflussungen der Freiheitsgrade notwendig. Die Berechnungsformel für diese Elemente ist, einem Ge-

dankengang von Boksenbom und Hood [11] bzw. von Tsien [12] folgend, unschwer abzuleiten [13].

Die Steuerung ist um so schwieriger, je grösser  $T_L$  ik ( $i=k$ ) ist (Vorlaufglied!) und je grösser die nicht diagonalen Elemente im Verhältnis zu den diagonalen Elementen sind.

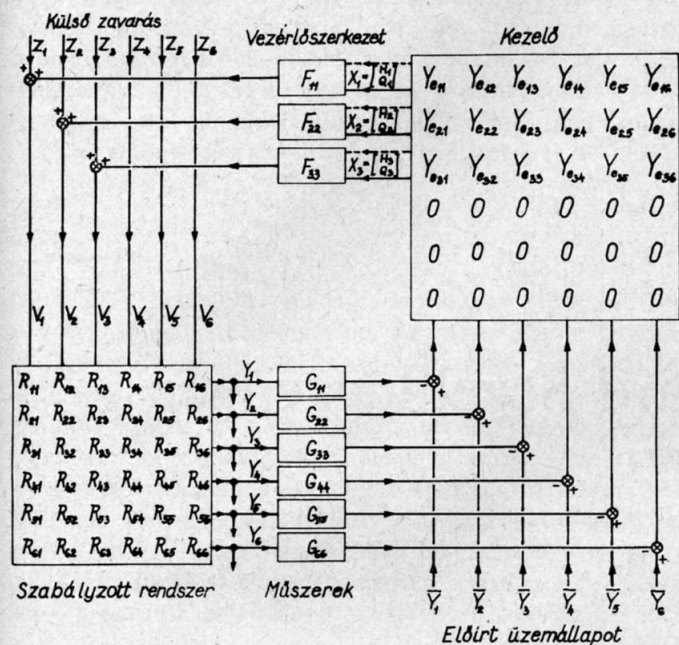


Abb. 10 - Külső zavarás = Äussere Störung; Vezérlőszerkezet = Steueranlage; Kezelő = Flugzeugführer; Szabályzott rendszer = Flugzeug; Műszerek = Kontrollinstrumente; Előírt üzemmállapot = Sollwert.

Literatur

[1] William Milliken, Jr.: Dynamic Stability and Control Research. Anglo-American Aeronautical Conference. Brighton, 1951.  
 [2] Charles B. Westbrook, Duane T. McRuer: Handling Qualities and Pilot Dynamics. Aerospace Engineering, Mai 1959. Pp. 26-32.  
 [3] Paul M. Fitts: Functions of Man in Complex Systems. Aerospace Engineering, Januar 1962. Pp. 34-39.  
 [4] J. G. Malkin: Theorie der Stabilität einer Bewegung. Akademie-Verlag, Berlin, 1959.  
 [5] R. C. Oldenbourg, H. Sartorius: Dynamik selbsttätiger Regelungen. 1. Band. R. Oldenbourg, München 1951.

[6] G. Bleisteiner, W. v. Mangoldt: Handbuch der Regelungstechnik. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1961.  
 [7] Dr. W. Lehmann: Ein Beitrag zu den Flugeigenschaften von Segelflugzeugen. Aero-Revue, April 1963. Pp. 197-204.  
 [8] Dr. Adám Bosznay: Műszaki lengéstan. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1962.  
 [9] József Gedeon: Abschnittweise Lösung eines in der Regeltechnik auftretenden Differentialgleichungstyps. Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série de Mécanique Appliquée, Tome 9, N° 1, 1964. Pp. 227-232.  
 [10] I. A. M. Hall: Study of the Human Pilot as a Servo-Element. Journal of the Royal Aeronautical Society, July 1963. Pp. 351-360.  
 [11] A. S. Boksenbom, R. Hood: NACA TR 980. 1950.  
 [12] H. S. Tsien: Engineering Cybernetics. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1954.  
 [13] J. Gedeon: Berechnung der menschlichen Übertragungsfunktion bei Handregelung von linearen Systemen mit mehreren Regelgrössen. Periodica Polytechnica, im Druck.

Criteria and methods for the calculation and control of the dynamic handling characteristics of gliders

Summary

Criteria are defined for assessing the stability and the response of aircraft to either pilots control or external disturbances. Methods are then given for calculating these parameters from the equations of motion of the vehicle. In figs. 2-5 the relationships between the stability parameter S and the response parameter Δ on the one hand and the stiffness C and the damping μ on the other are presented for the case of a simple second-order system.

These methods are then extended to permit inclusion of the pilot as a control element in the analysis of the manually-controlled aircraft as a closed-loop system. In particular pilot's reaction-time lag is treated by a simple iterative procedure. Finally the more sophisticated pilot transfer-function model pioneered by McRuer is discussed and methods are suggested of using this for a more complete analysis of stability under manual control.

(Schweizer Aero-Revue 1/1968)