

Über die Höhenfehler der Sollfahrt-Systeme

Ingo Westerboer

Vortrag auf dem XV OSTIV-Kongress,
Räyskälä, Finland (1976)

1. Einleitung und Aufgabenstellung
Der Segelflug nach der Theorie von McCreehy löst zwei Optimierungsfor-
derungen: einmal die Aufgabe, eine vor-
handene Höhe mit optimalem Gleit-
winkel abzufliegen; zum anderen die
Aufgabe, beim thermischen Überland-
flug die grösstmögliche Reisege-
schwindigkeit zu erzielen. Die Arbeiten
von Pirker (1), Reichmann (2, 13) und
Meyer (3) haben erwiesen, dass die
McCreehy-Theorie auch für die Del-
phinflug-Taktik ohne Einschränkung
gültig bleibt.

Zur Anwendung dieser Theorie wird der
von McCreehy vorgeschlagene Soll-
fahrtring um das Variometer in zu-
nehmenden Masse durch moderne
Sollfahrtgeber-Systeme abgelöst, die zu
einer spürbaren Entlastung des Piloten
beim Überlandflug führen.

Unter den neuen, meist mit recht auf-
wendiger Elektronik arbeitenden Soll-
fahrtsystemen ragt das Sollfahrtvari-
ometer mit Staudruckkapillare nach
Brückner (4 ... 8) ohne Zweifel heraus
aufgrund seines bestechend einfachen
Aufbaus. In (9) wurden die Grundlagen
dieses Gerätes aus der McCreehy-
Theorie hergeleitet und über die damit
gewonnenen Erfahrungen in der Flug-
praxis berichtet.

Sicher haben die Sollfahrtgeber mit
Staudruckkapillare aufgrund ihrer
schnellen Verbreitung ihren Anteil an
dem erstaunlichen Gewinn an Strecken-
leistung im Segelflug der vergangenen
Jahre. Auf der Suche nach weiteren
Möglichkeiten zur Leistungssteigerung
bietet sich der Flug in grosser Höhe an.
Voraussetzung dafür ist, dass der dort
mögliche Vorteil des Schnellfluges nicht
durch Instrumentenfehler wieder zu-
nichte gemacht wird.

Erstmalig hat Reichmann (2, 13) die
Höhenfehler verschiedener Sollfahrt-
systeme abgeschätzt. Die vorliegende
Arbeit untersucht den Höhenfehler des
Sollfahrtvariometers nach Brückner und
stellt das Ergebnis quantitativ in ge-
schlossener Form dar.

Anschliessend werden die Höhen-
fehler anderer Sollfahrt-Systeme nach
dem gleichen Verfahren analysiert und
mit denen des Sollfahrt-Variometers
verglichen.

2. Zur Wirkungsweise des Sollfahrt-
variometers

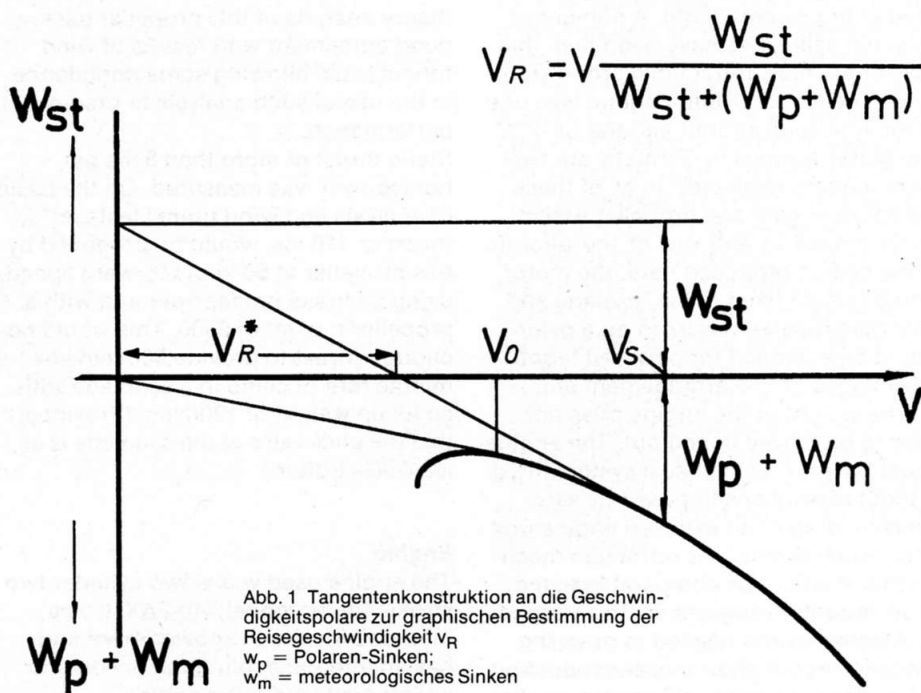
Die Wirkungsweise des Sollfahrt-
variometers mit Staudruck-Kapillare
wird im folgenden in stark gestraffter
Form dargestellt. Dabei wird vorausge-
setzt, dass die Sollfahrt-Theorie von
McCreehy bekannt ist.

Für die Reisegewindigkeit v_R beim
thermischen Überlandflug findet man
die Rechenvorschrift der Abb. 1:

den Strahlensatz). Dazu ist erforderlich,
dass die Gleitflugstrecken mit der Fahrt
 v_s des Tangentenberührungspunktes
abgeflogen werden. v_s ist demnach die
von w_{st} abhängige Sollfahrt für optimale
Reisegewindigkeit.

Verkleinert man in Abb. 1 das Steigen
 w_{st} z. B. um die Hälfte und erhöht dafür
das Sinken w_m um den gleichen Betrag,
so führt die Tangentenkonstruktion
zwar auf eine kleinere Reisegewin-
digkeit, jedoch wieder auf die gleiche
Sollfahrt v_s wie vorher; w_{st} und w_m sind
in der Sollfahrt-Theorie austauschbare
Grössen.

In Abb. 2 stellt die ausgezogene Kurve
die mit Hilfe der Tangentenkonstruktion
gewonnene Sollfahrtfunktion v_s
($w_p + w_m$) der ASW 15 für den Fall
 $w_{st} = 0$ dar. Beispielsweise ist einer
Sinkanzeige ($w_p + w_m$) = -2 m/s die
Sollfahrt $v_s = 116$ km/h zugeordnet.
Beim Sollfahrtvariometer mit Staudruck-
Kapillare, dessen pneumatische Schal-
tung in Abb. 3 dargestellt ist, sorgt der
Luftstrom j , vom Staudruck $\Delta p = 1/2 \rho v^2$
durch die Kapillare R getrieben, für den
laufenden Druckausgleich in der Flasche



w_{st} lesen wir am Variometer als die in
der Aufwind-Phase erfolgte Steig-
geschwindigkeit ab; ($w_p + w_m$) ist das
vom Variometer in der Gleitflug-Phase
angezeigte pauschale Sinken. Nach der
Theorie von McCreehy lässt sich v_R
optimieren gemäss Abb. 1: Ausgehend
vom Wert des auf der w_{st} -Achse abge-
tragenen Steigens wird die Tangente
an die - gegebenenfalls um w_m abge-
senkte - Geschwindigkeitspolare ge-
zeichnet. Sie schneidet gemäss der obi-
gen Gleichung für die Reisegewin-
digkeit auf der v -Achse den grösst-
möglichen Wert v_R^* ab (Herleitung über

V. Beim Flug mit der theoretisch rich-
tigen Sollfahrt v_s wird dadurch der dem
Sinken entsprechende Luftstrom durch
das Variometer unterbunden. Das Soll-
fahrtvariometer zeigt daher Null, wenn
mit passender Sollfahrt geflogen wird.
Es zeigt positive Ausschläge, wenn zu
schnell, und negative Ausschläge, wenn
zu langsam geflogen wird.

Diese Darstellung der Wirkungsweise
ist zwar einleuchtend, aber noch stark
vereinfacht. Zum exakten Erfassen der
Zusammenhänge müssen wir schritt-
weise vorgehen und zeichnen zunächst

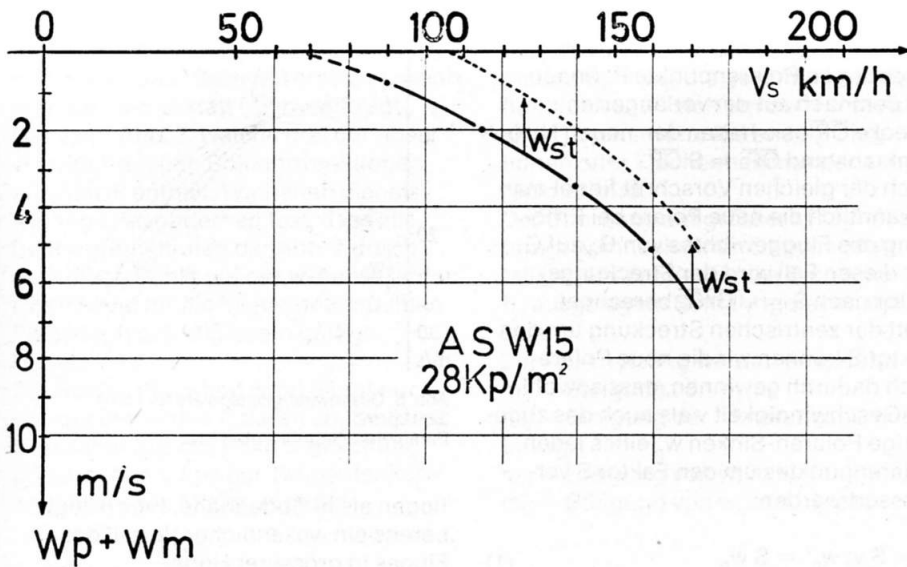


Abb. 2 Sollfahrt-Funktion der ASW-15, 28 kp/m²; zur gestrichelten Funktion siehe Text.

das Diagramm der Abb. 2 um. Wir ersetzen die horizontale v -Achse durch eine v^2 -Achse: Das hat die für alle späteren Überlegungen wichtige Konsequenz, dass die Kurve der Abb. 2 jetzt gestreckt wird und durch eine Gerade angenähert werden kann. Das Ergebnis ist in Abb. 4, Gerade (a) dargestellt. Wir vermerken, dass die extrapolierte Gerade (a) nicht durch den Koordinaten-Nullpunkt geht, sondern bei $v^2 = 0$ den Wert w^* liefert. Der Zahlenwert w^* und die Neigung der Geraden (a) sind von der Geschwindigkeitspolaren des Flugzeugs abhängig. Die Aussage jedoch, dass die Sollfahrt-Funktion sich im v^2 -Diagramm zur Geraden strecken lässt, ist mit guter Näherung für alle untersuchten Flugzeuge gültig. Die Gerade (a) sagt vorerst nichts anderes aus als die ausgezogene Kurve der Abb. 2: beim Flug durch ein Sinkgebiet mit z. B. 1 m/s meteorologischem Sinken zeigt das Variometer insgesamt $w_p + w_m = -2,0$ m/s an, wenn die optimale Fahrt von $v_s = 116$ km/h geflogen wird. Der Sollfahrtgeber muss demnach diese Anzeige von $-2,0$ m/s genau dann zu Null kompensieren, wenn mit 116 km/h geflogen wird. Andernfalls muss eine Rest-Anzeige am Variometer übrigbleiben, die auf einen Fahrtfehler hinweist. Das Spiegelbild von (a) ist die Gerade (c). Steiganzeigen entsprechend (c) kompensieren bei allen Geschwindigkeiten die Sinkanzeigen ($w_p + w_m$) der Soll-

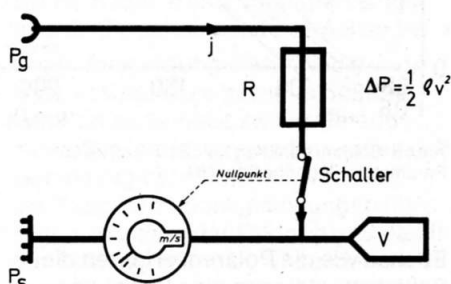


Abb. 3 Pneumatische Schaltung des Sollfahrtgebers nach Brückner

fahrtfunktion exakt zu Null. Wir suchen daher nach einer Möglichkeit, die Gerade (c) nachzubilden. Würde man bei einem Flugzeug, das entsprechend Abb. 3 ausgerüstet ist, am Boden durch Anblasen des Staurohres verschiedene Staudrücke erzeugen, dann zeigte das Variometer Steig-Ausschläge, die proportional zu v^2 wachsen. Im Diagramm der Abb. 4 ist das aber, da die horizontale Achse eine v^2 -Teilung aufweist, eine durch Null laufende Gerade, z. B. die dünn eingezeichnete Gerade (b). Ihre Neigung wird nur durch den Strömungswiderstand der Kapillaren, also durch deren Länge

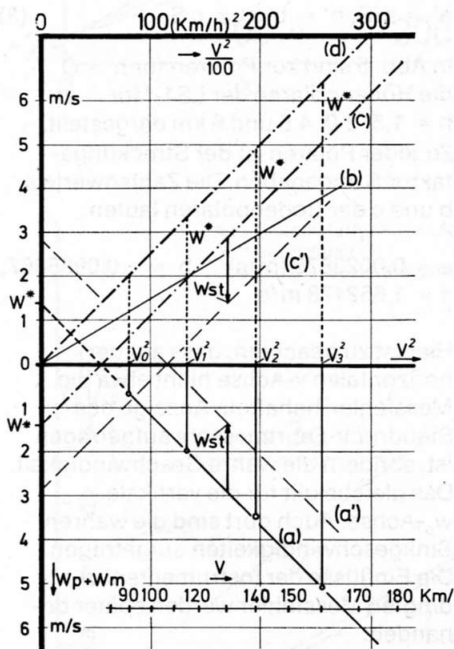


Abb. 4 Zur Theorie des Sollfahrtgebers von Brückner

- (a) : Sollfahrtfunktion aufgetragen über v^2 für ASW-15, 28 kp/m²
- (b) : Luftstrom und daraus resultierende Steiganzeige durch eine Kapillare R (Abb. 3)
- (c) : Spiegelbild zu (a)
- (d) : Parallele zu (c) durch den Koordinaten-Nullpunkt
- (a') : Anhebung der Geraden (a) um das mittlere Steigen w_{st}
- (c') : Spiegelbild zu (a')

und Innen-Durchmesser bestimmt. Durch passende Wahl dieser Geometrie-Daten lässt sich (b) in (d) überführen, also parallel zum Spiegelbild (c) der Sollfahrtgeraden (a) justieren. Wir entnehmen der Abb. 4, dass bei Verwendung einer solchen Kapillaren die Kompensation bei allen Geschwindigkeiten zu gross ausfällt, und zwar immer um den gleichen Betrag w^* . In der Praxis hält man demnach in einfachsten Fall den Variometer-Zeiger auf der Marke $+w^*$, um die Sollfahrt einzuhalten.

Schliesslich wird der Nullpunkt des Variometer-Zeigers um w^* nach unten verdreht und so die Parallelverschiebung von (d) nach (c) vollzogen. Dann wird, wie ursprünglich gefordert, im Flug stets auf die Anzeige Null gesteuert. Im Fall eines elektrischen Variometers erfordert das Absenken des Nullpunktes keinen grossen Aufwand. Man kann mit einem Umschalter den Nullpunkt auf Null oder auf w^* stellen. Die mechanische Kopplung dieses Umschalters mit einem pneumatischen Ein-Aus-Schalter, der die Sollfahrt-Kapillare freigibt oder abschaltet, hat sich bewährt. So kann man durch das Umlegen eines einzigen Schalthebels das gleiche Instrument im Steigflug als normales Variometer oder beim Gleitflug als Sollfahrtgeber verwenden. Das ist in Abb. 3 durch die gestrichelte, mit «Nullpunkt» beschriftete Verbindung vom Schalter zum Variometer angedeutet. Die McCready-Theorie erfordert erhöhte Sollfahrt, wenn ein bestimmtes Steigen w_{st} erfolgen wurde. Die Nullmarke des herkömmlichen Sollfahrtrings wird dazu um w_{st} in den Steigbereich des Variometers verdreht. Dem entspricht in Abb. 2 das Anheben der Sollfahrtfunktion um w_{st} , so dass das punktiert gezeichnete Funktionsbild entsteht. Im v^2 -Diagramm (Abb. 4) bedeutet das die Parallelverschiebung der Sollfahrtgeraden (a) um w_{st} nach oben. So entsteht (a'). Im hier verwendeten Beispiel ist $w_{st} = -1,5$ m/s. Das Spiegelbild zu (a') wird offensichtlich dadurch erreicht, dass wir die bisher gültige Kompensationsgerade (c) zusätzlich zu w^* um den Betrag w_{st} absenken. Dabei entsteht wieder das Spiegelbild (c') zur Sollfahrt-Geraden (a'). Das bedeutet praktisch, dass beim Einschalten der Sollfahrt-Kapillare R der Nullpunkt des Variometers zusätzlich zu w^* um den Betrag w_{st} abgesenkt werden muss. Die erste, nur vom Flugzeug abhängige Absenkung w^* wird automatisch und gleichzeitig mit dem Umlegen des pneumatischen Schalters vorgenommen. Die zusätzliche Absenkung um w_{st} muss der Pilot selbst von Hand ausführen. Eine für die Praxis wichtige Ergänzung muss hier genannt werden. Der Sollfahrt-Flug nach einem nicht Totalenergie-kompensierten Variometer ist

infolge der stetig gestiegenen aerodynamischen Güte der Flugzeuge nicht mehr durchführbar. Alle Leistungsflugzeuge sind mit einem Variometer ausgerüstet, das nach einem der verschiedenen Verfahren TE-kompensiert ist. Heute stehen im Einsatz: Die TE-Kompensation mit Hilfe des Staudruckes (Membran-Verfahren, Doppel-Variometer VW 5 KB, Staudruck-Differenzierung in Bordcomputern) auf der einen Seite und die TE-Kompensation aller herkömmlichen Variometer mit der TEK-Düse auf der anderen. Während unsere bisher angestellten Überlegungen für die über den Staudruck kompensierten Variometer voll zutreffen, bedürfen sie, angewandt auf Düsen-kompensierte Variometer, einer Korrektur. Bei Düsen-Kompensation wird der statische Druck in Abb. 3 ersetzt durch den Düsendruck $p_s - 1/2 \rho v^2$. Als Differenzdruck an der Kapillare resultiert dann $p_g - (p_s - 1/2 \rho v^2) = 2 \cdot (1/2 \rho v^2)$. Verglichen mit dem bisher errechneten Differenzdruck ist das der doppelte Wert. Das wird nach Reichmann (5) am einfachsten dadurch berücksichtigt, dass man die Steigung der Geraden (a) in Abb. 4 für alle weiteren Überlegungen auf die Hälfte reduziert.

3. Einfluss der Flughöhe

3.1 Höheneinfluss auf die theoretische Sollfahrt

Die Geschwindigkeitspolare des Segelflugs stellt die Basis für die Konstruktion des Sollfahrtsystems dar. Sie variiert ihre Gestalt mit dem Fluggewicht und mit der Luftdichte. Denn um das höhere Gewicht tragen zu können, müssen die Fahrt und damit der Staudruck $1/2 \rho v^2$ erhöht werden. Um ein konstantes Gewicht in grösserer Höhe, also bei verkleinerter Luftdichte ρ tragen zu können, muss ebenfalls der Faktor v^2 in der Staudruck-Formel erhöht werden.

Wir haben uns daran gewöhnt, den Einfluss des Fluggewichtes auf die Polare genau zu berücksichtigen; demgegenüber blieb der Einfluss der Luftdichte und damit der Flughöhe in der Praxis oft unbeachtet, obgleich in vielen Veröffentlichungen (2, 11, 13) auf dieses Problem hingewiesen wird. Der Sachverhalt wird dadurch noch verwickelter, dass die Luftdichte von der Höhe und der Temperatur abhängt. Im folgenden wird der Einfluss der Temperatur auf die Dichte entsprechend der internationalen Norm-Atmosphäre (INA) berücksichtigt, in der jeder Flughöhe die Temperatur und die Dichte eindeutig zugeordnet sind.

Bei fallender Luftdichte wird die Polare zentrisch gestreckt. Das bedeutet, dass alle Nullpunkt-Abstände \overline{OP} der Punkte P einer für eine bestimmte Ausgangsdichte ρ_0 gültigen Polaren beim Übergang auf eine geringere Luftdichte ρ

um den Faktor S verlängert werden. Für S gilt $S = \sqrt{\rho_0/\rho}$. Die zur Luftdichte ρ gehörigen Polarenpunkte P' finden wir demnach auf der verlängerten Strecke $\overline{OP'}$; sie haben den neuen Nullpunkt-Abstand $\overline{OP'} = S \overline{OP}$.

Nach der gleichen Vorschrift findet man bekanntlich die neue Polare bei Erhöhung des Fluggewichtes von G_0 auf G. Für diesen Fall wird der Streckungsfaktor nach $S = \sqrt{G/G_0}$ berechnet. Statt der zentrischen Streckung um den Faktor S können wir die neue Polare auch dadurch gewinnen, dass sowohl die Geschwindigkeit v als auch das zugehörige Polaren-Sinken w_p eines jeden Polarenpunktes um den Faktor S vergrößert werden:

$$v' = S v; w_p' = S w_p \quad (1)$$

Beide Konstruktionsarten führen auf das gleiche Ergebnis. Die Geschwindigkeitspolare eines Flugzeugs wird üblicherweise und mit guter Genauigkeit durch eine Gleichung zweiten Grades in folgender Form dargestellt:

$$W = a v^2 + b v + c \quad (2)$$

Hierin sind a, b und c die Flugzeug-typischen Konstanten (12). Durch das zentrische Strecken geht diese Polargleichung über in die neue Form

$$w_p' = a' v'^2 + b' v' + c'$$

Wegen der oben genannten Transformation (1) gilt

$$a' = a/S; b' = b; c' = c S \quad (3)$$

In Abb. 5 sind zur Polaren für $h = 0$ die Höhenpolaren der LS1-f für $h = 1,5; 3,0; 4,5$ und 6 km dargestellt. Zu jeder Polaren ist der Streckungsfaktor S angegeben. Die Zahlenwerte a, b und c der Bodenpolaren lauten:

$$a = 0,0023875 \text{ (m/s)}^{-1}; b = -0,0985867; c = 1,652478 \text{ m/s.}$$

Hier ist zu beachten, dass auf der horizontalen v-Achse nicht etwa die Messfehler-behaftete Anzeige des Staudruck-Fahrtmessers aufgetragen ist, sondern die wahre Geschwindigkeit. Das gleiche gilt für die vertikale w_p -Achse. Auch dort sind die wahren Sinkgeschwindigkeiten aufgetragen. Die Einflüsse der Instrumentenbedingten Messfehler werden später behandelt.

Als wesentliche Erkenntnis aus Abb. 5 halten wir fest, dass die Höhenpolaren keine Änderung des besten Gleitwinkels bringen. Man kann demnach auch in grosser Höhe aus einem bestimmten verfügbaren Höhenabschnitt keine bessere Strecke zaubern als in Bodennähe. Dagegen werden der Höhenabschnitt und die Strecke in der Höhe bei höheren Geschwindigkeiten durch-

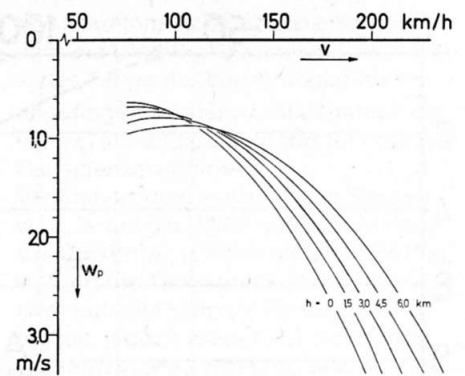


Abb. 5 Geschwindigkeitspolare für LS1-f, 32,9 kp/m²
Parameter: Flughöhe über NN

flogen als in Bodennähe. Hierin liegt bereits ein wesentlicher Vorteil des Fluges in grösserer Höhe. Ein weiterer Gewinn kommt hinzu: Beim Sollfahrtflug mit Ringeinstellungen über Null wird auch die Gleitzahl in der Höhe erheblich verbessert – vorausgesetzt, dass man im jeweils verwandten Sollfahrtsystem die zur Flughöhe passende Polare verwendet. Die vorliegende Arbeit soll dazu die Grundlagen liefern. Bei der Diskussion des Sollfahrtsystems in Abschnitt 2 war das Verfahren, wie die Sollfahrtfunktion nach der Tangentenmethode von McCreehy zu gewinnen ist, in Erinnerung gebracht worden. Nach dem gleichen Verfahren werden die Sollfahrt-Funktionen für verschiedene Flughöhen aus den zugehörigen Höhenpolaren ermittelt. Das Ergebnis ist in Abb. 6 für die LS1-f dargestellt.

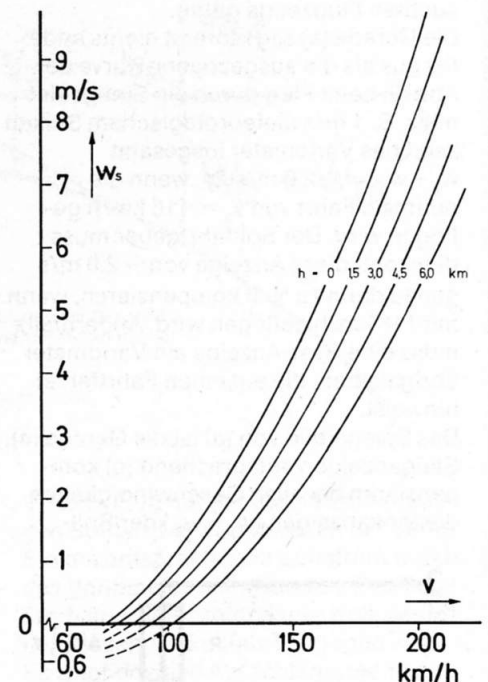


Abb. 6 Sollfahrtfunktion für LS1-f, 32,9 kp/m²
Parameter: Flughöhe über NN

Ebenso wie die Polaren, erfahren die Sollfahrtfunktionen eine Streckung, allerdings keine zentrische. Ebenso wie die Sollfahrtfunktion für Bodendruck

lassen sich die Sollfahrtfunktionen für grössere Höhe mit beruhigender Genauigkeit durch Geraden ersetzen, wenn man sie über v^2 statt über v aufträgt. Das zeigt Abb. 7, welche drei der über v^2 aufgetragenen Sollfahrtfunktionen aus Abb. 6 enthält. Wir halten hier als wichtige Besonderheit fest, dass alle Sollfahrtfunktionen der Abb. 7 durch denselben Punkt auf der w -Achse laufen. Das ist eine für die bisher untersuchten Flugzeugtypen allgemein gültige Regel. Die Sollfahrtfunktion $w_s(v)$ hängt nur von der jeweiligen Polaren ab. Sie lässt sich daher aus der Polarengleichung (2) berechnen. Aus der Tangentenkonstruktion nach McCready folgt:

$$w_s(v) = v \frac{d w_p}{d v}$$

und mit (2)

$$w_s(v) = 2 a v^2 + b v$$

Durch Einführen der neuen Variablen v^2 wird daraus

$$w_s(v^2) = 2 a v^2 + b \sqrt{v^2} \quad (4)$$

$$w_s(v^2) = w_{s1}(v^2) + w_{s2}(v^2) \quad (5)$$

Streng genommen ist mit (4) die Darstellbarkeit der Sollfahrtfunktion als Gerade über v^2 widerlegt. Warum es in Praxis trotzdem mit guter Genauigkeit möglich ist, zeigt Abb. 8. Hier sind ausser der Sollfahrtfunktion $w_s(v^2)$ für $h = 0$ zusätzlich die beiden Summanden $w_{s1}(v^2)$ und $w_{s2}(v^2)$ aus (5) für den Fall der LS1-f getrennt über v^2 aufgetragen. Die stärkeren Abweichungen von der Näherungsgeraden spielen sich in einem uninteressanten Geschwindigkeitsbereich ab (0 bis 80 km/h). Das ist eine tröstliche Feststellung.

Offensichtlich ist das Bild des ersten Terms $w_{s1}(v^2) = 2 a v^2$ eine exakt durch Null laufende Gerade, während der zweite Term $w_{s2}(v^2) = b \sqrt{v^2}$ beim Auftragen über v^2 das Bild des negativen Astes der Wurzelfunktion annimmt. Das Minuszeichen rührt vom negativen Zahlenwert der Konstanten b der Polarengleichung her. Diese Wurzelfunktion $w_{s2}(v^2)$ kann nun in der Tat in dem praktisch interessierenden Geschwindigkeitsintervall, z. B. von 80 bis 200 km/h, durch eine nicht durch Null laufende Gerade angenähert werden. Sie ist in Abb. 8 strichpunktiert eingetragen. Sie schneidet die w -Achse bei w^* .

Unter Verwendung dieser Näherung lässt sich dann die gesamte Sollfahrtfunktion als Summe zweier Geraden darstellen, die naturgemäss wieder eine Gerade ergibt.

Die Transformationsgleichungen (3) sagen aus, dass der Faktor b und damit der Term $w_{s2}(v^2) = b \sqrt{v^2}$ bei der zentrischen Streckung um den Faktor S keine Änderung erfährt. Lediglich die Gerade $2 a v^2$ geht in $(2 a/S) v^2$ über, läuft also

in der Höhe ($S > 1$) flacher als am Boden. Hier wird deutlich, dass nach der Summation $w_{s1} + w_{s2}$ die gesamte Sollfahrtfunktion $w_s(v^2)$ sich um den Fixpunkt $(0/w^*)$ dreht, wenn auf andere Flughöhen oder Flächenbelastungen umgerechnet wird.

Der Übergang auf grössere Flughöhe bringt demnach einen Steigungs-Abfall gegenüber der für die Eichhöhe h_0 ausgelegten Sollfahrtgeraden mit sich.

Zur Abschätzung werden eingeführt:

- m_a = Steigung von w_{s1} ;
- m_b = Steigung der Näherungsgeraden für w_{s2} ;
- m_0 = Steigung von w_s in h_0 ;
- m_h = Steigung von w_s in $h_0 + \Delta h$.

Dann ergibt sich:

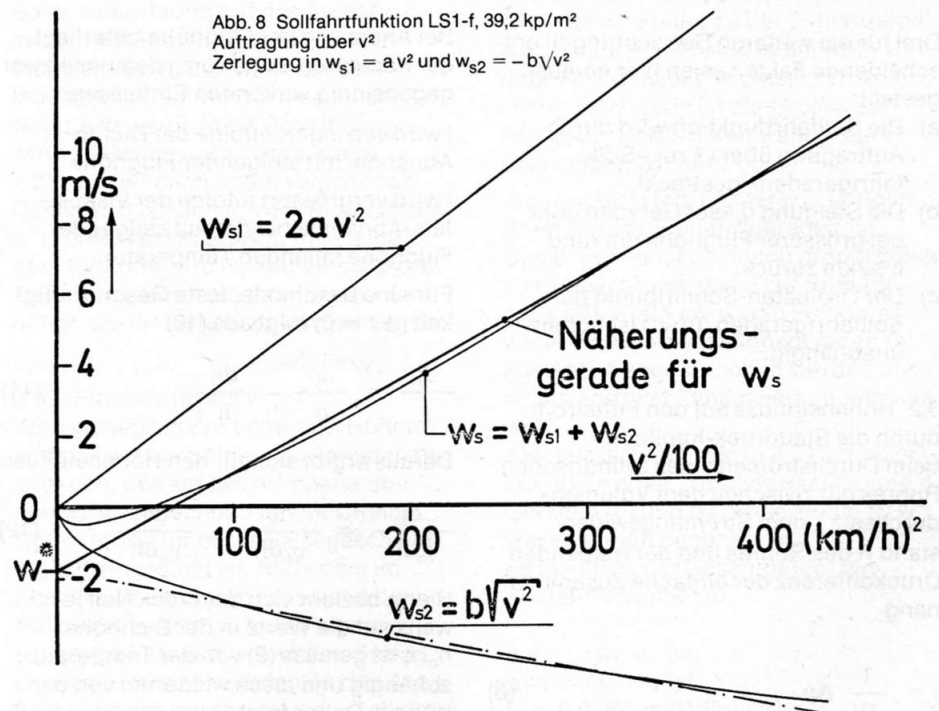
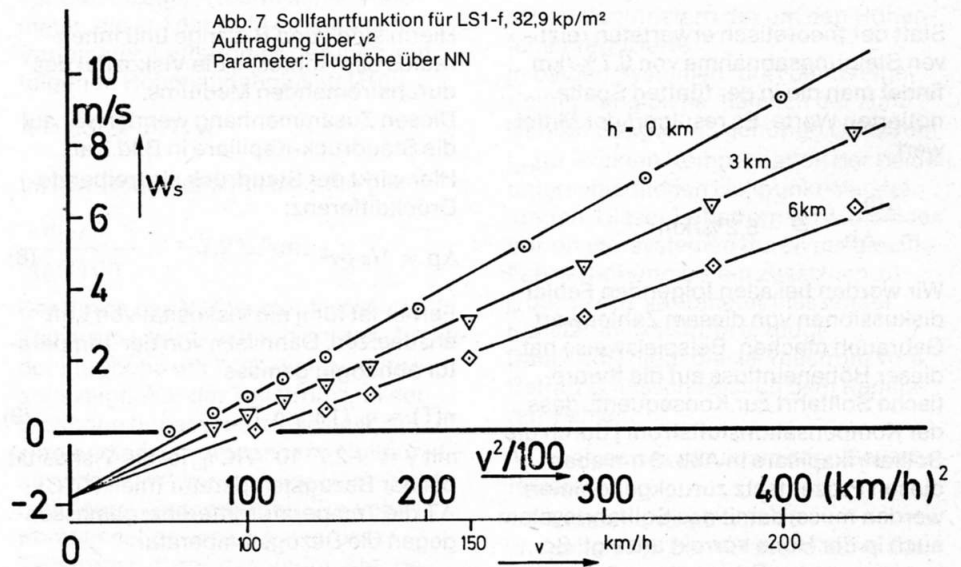
$$m_h = m_a/S - m_b \text{ und } 1/S =$$

$$\left(\rho_0 \left(1 - \frac{0,1}{\text{km}} \Delta h \right) / \rho_0 \right)^{1/2} \approx 1 - 1/2 \cdot \frac{0,1}{\text{km}} \Delta h$$

$$\frac{m_h - m_0}{m_0 \cdot \Delta h} = \frac{\Delta m}{m_0 \Delta h} = \frac{-0,05/\text{km}}{1 - m_b/m_a} = -6,7\%/\text{km}$$

Dies gilt unter der Voraussetzung, dass die Polaren sich in der Form (2) darstellen lassen und $m_b/m_a \approx 1/4$.

Zur Kontrolle wurden die Sollfahrtfunktionen verschiedener Flugzeuge



für unterschiedliche Flughöhen erstellt und der praktisch auftretende Steigungsabfall untersucht. Das Ergebnis ist in der Tabelle 1 festgehalten.

Flugzeug	G/F	Δh km	$m_h - m_o$	$m_h - m_o$	Bem.
	kp m ²		‰	‰/km	
ASK-13	27,0	3,0	17,8	-6,0	VP
Bergfalke III	25,2	3,0	18,2	-6,1	VP
SF-30 (Club-Spatz)	30,4	3,0	18,3	-6,1	VP
ASW-15	28,0	3,0	18,9	-6,3	VP
LS1-f	32,9	4,5	27,9	-6,2	VP
Standard-Cirrus	33,0	1,7	9,7	-5,7	VP
Astir-C S	30,5	3,0	18,4	-6,1	VP
Kestrel H 404	34,0	0,88	4,48	-5,1	VP
ASW-19	27,0	3,1	20,2	-6,5	WP
Nimbus II	30,0	2,88	20,7	-7,2	WP
PIK-20	31,0	2,57	14,7	-5,7	RP

Tabelle 1
Zum Abfall der Steigung der Sollfahrtgeraden mit zunehmender Flughöhe.
G/F = Flächenbelastung, Δh = Höhenintervall, m_o bzw. m_h = Steigung der Sollfahrtgeraden in

Für den Fall laminarer Durchströmung sagt das Hagen-Poiseuille-Gesetz aus, dass

$$1/R = \text{const } R_j^4 / (l \eta) \quad (7)$$

$$\frac{dj}{j_o dh} = \frac{d\varrho}{\varrho_o dh} - \frac{1}{\eta_o} \frac{d\eta}{dT} \frac{dT}{dh} \quad (13)$$

In der Norm-Atmosphäre gilt für die untere Schicht

$$\frac{d\varrho}{\varrho_o dh} = - \frac{9,6\%}{\text{km}} ;$$

$$\frac{dT}{dh} = - \frac{6,5 \text{ K}}{\text{km}}$$

Aus (9) folgt

$$\frac{d\eta}{\eta_o dT} = + \frac{0,27\%}{\text{K}}$$

Damit erhalten wir den quantitativen Einfluss der Flughöhe auf den Kompensations-Luftstrom j infolge der Änderungen von Luftdichte und -temperatur:

$$\frac{dj}{j \cdot dh} = - \frac{9,6\%}{\text{km}} - \left(\frac{0,27\%}{\text{K}} \cdot \frac{-6,5 \text{ K}}{\text{km}} \right) = - \frac{7,8\%}{\text{km}}$$

Wir stellen fest: Die im vorigen Abschnitt entwickelte Forderung, den Kompensations-Luftstrom um 6%/km Höhe zu reduzieren, wird durch die Physik der Atmosphäre im wesentlichen erfüllt. Es resultiert eine etwas zu grosse j -Abnahme mit der Höhe von $-1,8\%/km$.

3.3 Höheneinfluss auf die Anzeige des Sollfahrt-Variometers
Systemfehler des Sollfahrtvariometers wirken sich stets so aus, dass beim Flug mit der theoretisch richtigen Sollfahrt eine von Null abweichende Fehlanzeige des Variometers resultiert. Positive Fehlanzeigen führen stets auf eine zu geringe Sollfahrt, während negative Fehlanzeigen stets zu grosse Geschwindigkeiten fordern.

Wir untersuchen in diesem Abschnitt nur die systembedingten Fehlanschläge des Variometers beim Flug mit der theoretisch richtigen Sollfahrt. Im Anschluss daran werden im Abschnitt 4 die aus diesen Variometerfehlanzeigen resultierenden Fahrfehler behandelt.

3.31 Einstellung auf besten Gleitwinkel ($w_{st} = 0$)
Vorerst wird vorausgesetzt, das System sei auf besten Gleitwinkel, d. h. auf $w_{st} = 0$ eingestellt.

Definition des Kapillaren-Fehlers
Nach den Ergebnissen des Abschnittes 3.1 wirkt sich die steigende Flughöhe auf die von der Theorie geforderte, optimale Sollfahrt so aus, dass die Sollfahrt-Gerade (a) um rund 6%/km flacher wird, wobei w^* der Fixpunkt der Drehung ist. Im Optimalfall müsste die Kompensationsgerade (c) aus Abb. 4 dieser Drehung laufend folgen.

Statt der theoretisch erwarteten relativen Steigungsabnahme von 6,7%/km findet man die in der fünften Spalte notierten Werte. Es resultiert der Mittelwert

$$\frac{\Delta m}{m_o \cdot \Delta h} = -6,2\%/km$$

Wir werden bei allen folgenden Fehlerdiskussionen von diesem Zahlenwert Gebrauch machen. Beispielsweise hat dieser Höheneinfluss auf die theoretische Sollfahrt zur Konsequenz, dass der Kompensationsluftstrom j durch die Sollfahrkapillare in Abb. 3 um eben diesen Prozentsatz zurückgenommen werden muss, damit das Sollfahrtsystem auch in der Höhe korrekt anzeigt. So benötigt ein am Boden eingestelltes Sollfahrtsystem für den Flug in 3 km Höhe einen um 18% reduzierten Kompensationsluftstrom j .

Drei für die weiteren Betrachtungen entscheidende Fakten seien hier herausgestellt:

- Die Sollfahrtfunktion wird durch Auftragung über v^2 zur «Sollfahrtgeraden» gestreckt.
- Die Steigung dieser Geraden geht bei grösserer Flughöhe um rund 6%/km zurück.
- Der Ordinaten-Schnittpunkt der Sollfahrtgeraden ($0/w^*$) ist höhenunabhängig.

3.2 Höheneinfluss auf den Luftstrom durch die Staudruck-Kapillare

Beim Durchströmen eines zylindrischen Rohres gilt zwischen dem Volumendurchsatz j , dem Strömungswiderstand R des Rohres und der treibenden Druckdifferenz der einfache Zusammenhang

$$j = \frac{1}{R} \Delta p \quad (6)$$

Hierin sind l und R_j Länge und Innenradius des Rohres, η die Viskosität des durchströmenden Mediums. Diesen Zusammenhang wenden wir auf die Staudruck-Kapillare in Bild 3 an. Hier wirkt der Staudruck als treibende Druckdifferenz:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \varrho v^2 \quad (8)$$

Ferner ist für η die Viskosität von Luft anzusetzen. Dann ist η von der Temperatur abhängig gemäss

$$\eta(T) = \eta_o (1 + \gamma \Delta T) \quad (9)$$

mit $\gamma = +2,7 \cdot 10^{-3}/K$. η_o ist die Viskosität bei der Bezugstemperatur (meist $0^\circ C$), ΔT die Temperaturdifferenz, gemessen gegen die Bezugstemperatur.

Mit (6), (7) und (8) gilt dann

$$j \sim \varrho v^2 / \eta \quad (10)$$

Bei Änderung der Flughöhe unterliegt der Kapillaren-Luftstrom j demnach zwei gegenseitig wirkenden Einflüssen:

j wird verringert infolge der Dichteabnahme mit steigender Flughöhe

j wird vergrössert infolge der Viskositätsabnahme bei der mit steigender Flughöhe fallenden Temperatur

Für eine bestimmte, feste Geschwindigkeit ($\Delta v = 0$) folgt aus (10)

$$\frac{dj}{j} = \frac{d\varrho}{\varrho} - \frac{d\eta}{\eta} \quad (11)$$

Daraus ergibt sich für den Höheneinfluss

$$\frac{dj}{j_o dh} = \frac{d\varrho}{\varrho_o dh} - \frac{d\eta}{\eta_o dh} \quad (12)$$

Hierin bezieht sich der Index Null jeweils auf die Werte in der Eichhöhe h_o . η ist gemäss (9) von der Temperatur abhängig und diese wiederum von der Höhe h . Daher folgt

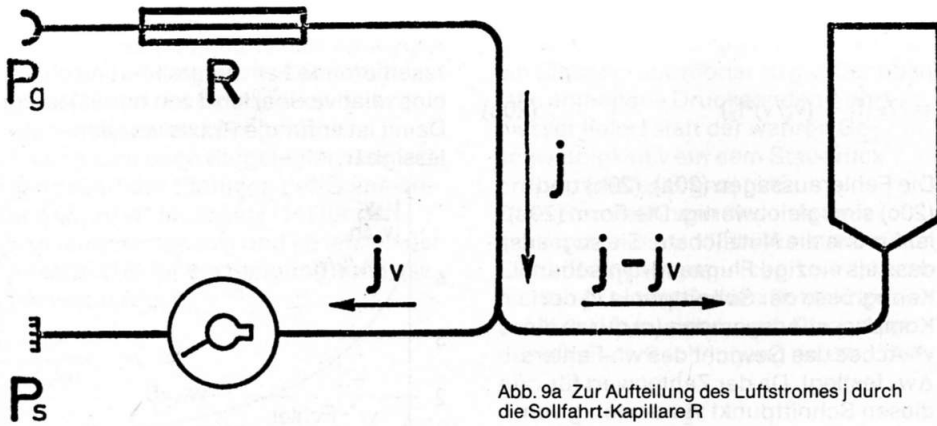


Abb. 9a Zur Aufteilung des Luftstromes j durch die Sollfahrt-Kapillare R

Nach den Ergebnissen des Abschnittes 3.2 flacht die Gerade (d) bei steigender Flughöhe jedoch um 7,8%/km ab. Es resultiert eine Kompensationsgerade, die um 1,8%/km zu flach verläuft. Diesen Systemfehler werden wir in folgendem als Kapillaren-Fehler oder kurz als R-Fehler bezeichnen.

Definition des w^* -Fehlers

Im v^2 -Diagramm der Abb. 4 wurde die Kompensationsgerade (c) aus der Geraden (d) durch die passend eingestellte Nullpunkt-Absenkung um w^* erzeugt, die Gerade (d) wiederum durch die passend bemessene Staudruck-Kapillare R.

Die Abbildungen 9a und 9b verdeutlichen die Aufteilung des Kapillaren-Luftstromes j : Der Teilstrom j_v in Abb. 9a fliesst laufend durch das Variometer ab, der Rest $j - j_v$ fliesst zur Flasche und hält deren Druck laufend auf statischem bzw. auf TEK-Düsendruck.

Aus Abb. 9b ist die Nachbildung der Kompensationsgeraden (c) durch die beiden Teilströme j_v und $j - j_v$ zu erkennen. Hier ist zu beachten, dass Steig- und Sinkanzeigen des Variometers von den durch das Gerät fließenden Luftströmen verursacht werden; wir können die vertikale Achse demnach wahlweise in Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeiten oder in dazu proportionalen Luftströmen entsprechender Richtung beschriften.

Man erkennt, dass der Teilstrom j_v zur Kompensation der Nullpunkt-Absenkung um w^* benötigt wird. *Nur dieser Teilstrom fliesst durch das Variometer. Ein systematischer Anzeigefehler des Variometers kann sich demnach ausschliesslich auf j_v auswirken.*

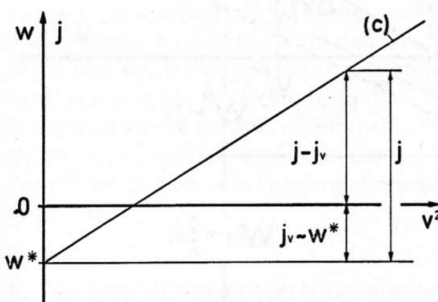


Abb. 9b Zur Entstehung der Sollfahrtgeraden c aus den Teil-Luftströmen j_v und $(j - j_v)$

Bei den höhenfehlerfreien Variometern (Stauscheiben- und Dosenvariometer) entstehen demnach ausser dem oben bereits diskutierten Kapillaren-Fehler, der je km Höhengewinn einen um 1,8% zu grossen Rückgang des Gesamtstromes j bewirkt, keine weiteren Fehler. Für die Anzeige A thermischer Variometer, die auf der Kühlwirkung des Variometer-Luftstromes beruhen, gilt folgende Höhenabhängigkeit (10):

$$A = \text{const} (\varrho/T) w$$

Im INA-Höhenintervall bis 5 km gilt

$$\frac{d(\varrho/T)}{(\varrho/T) dh} = -7,2\%/km$$

Der durch das Variometer fließende Teilstrom j_v wird dadurch bei zunehmender Flughöhe um 7,2%/km zu gering angezeigt. War der Teilstrom j_v in der Eichhöhe h_e passend eingestellt, so wird er die fest vorgegebene Nullpunkt-absenkung w^* in grösserer Höhe nicht mehr ganz kompensieren. Zur vollen Kompensation wird ein zu grosser Teilstrom j_v durch das Variometer benötigt.

Dieser Systemfehler wird im Folgenden als w^* -Fehler bezeichnet.

Seine Auswirkung auf das Sollfahrtsystem berücksichtigen wir auf einfache Weise: In den weiteren Überlegungen gehen wir davon aus, der Nullpunkt werde je 1000 m Höhengewinn zusätzlich zu w^* um weitere 7,2% von w^* nach unten verschoben. Damit wird tatsächlich der Einfluss des w^* -Fehlers exakt erfasst: mit steigender Flughöhe wird ein immer grösserer Teilstrom j_v durch das Variometer benötigt, um w^* zu Null zu kompensieren.

3.32 Einstellung auf $w_{st} > 0$

Wir sind jetzt in der Lage, den Höhen Einfluss auf ein Sollfahrtsystem anzugeben, das auf das erfolgreiche Steigen w_{st} entsprechend der McCready-Optimierung für beste Reisegeschwindigkeit eingestellt ist. Nach dem im Abschnitt 2 Gesagten muss jetzt der Nullpunkt zusätzlich zum Flugzeugtypischen Festwert w^* um den Betrag w_{st} weiter verstellbar werden. In den Abb. 9a und 9b vergrössert sich der Teilstrom

durch das Variometer jetzt sinngemäss auf $j_v + j_{st}$, während sich der Teilstrom zur Flasche auf $j - (j_v + j_{st})$ vermindert. Wir gehen im folgenden von der Reichmann-Forderung (2) aus, dass das mittlere Steigen mit dem auf Variometer-Funktion geschalteten Sollfahrtsystem gemessen werden muss. Bei abgeschalteter Sollfahrtsystem fliesst bei einer bestimmten Steiggeschwindigkeit w_{st} der zugehörige Luftstrom j_{st} aus der Flasche durch das Variometer. Darauf reagieren die Variometer-Typen unterschiedlich. Die Höhenfehler-freien Systeme zeigen das echte Steigen unverfälscht an. Die thermischen Systeme zeigen, wie oben dargelegt, den um rund 7%/km reduzierten Steigwert an. Zum anschliessenden Sollfahrtflug wird der Nullpunkt um das im Kreisflug abgelesene Steigen verstellbar. Bei den höhenfehlerfreien Variometern ist das der volle w_{st} -Betrag, bei den thermischen Variometern der um den Höhenfehler reduzierte.

In beiden Systemen führt dann folgerichtig der gleiche, nämlich der zum wahren Steigen w_{st} gehörige Luftstrom j_{st} zur exakten Kompensation der beiden unterschiedlichen Nullpunkt-Verstellungen. Dieser Luftstrom wird in beiden Variometersystemen durch die gleiche Fahrterhöhung als ein zusätzlich zu j_v durch das Variometer fließender Kapillaren-Teilstrom erzeugt. Damit unterliegt dieser Teilstrom vom Betrag j_{st} ausschliesslich dem Kapillaren-Fehler.

4. Analyse des resultierenden Sollfahrtsystemfehlers

4.1 Einstellung auf $w_{st} = 0$

Wir gehen von der Voraussetzung aus, dass das Flugzeug mit der theoretisch richtigen Sollfahrt v_s geflogen wird. Der R-Fehler führt dann statt zur Anzeige Null am Variometer zur Fehl Anzeige Δw_1 , der w^* -Fehler zu der Fehl Anzeige Δw_2 . Beide Fehler sind in der Abb. 10 über v^2 dargestellt. In dieser schematischen Zeichnung ist die Grösse der Fehler der Deutlichkeit wegen stark übertrieben worden.

Δw_1 äussert sich in einer zu geringen Steigung der Sollfahrtgeraden (c). Dieser Fehler ist demnach proportional zu v^2 bzw. proportional zur Summe $(w_c + w^*)$, wenn mit w_c die Funktionswerte der Kompensationsgeraden (c) aus Abb. 4 angesprochen werden und w^* als positiver Zahlenwert genommen wird.

Δw_2 äussert sich, wie in 3.31 schon erläutert, in einer Parallelverschiebung der Geraden (c) und ist proportional zu w^* , von v^2 jedoch unabhängig. Es resultiert der Gesamtfehler des Sollfahrtsystems

$$\Delta w = \Delta w_1 + \Delta w_2$$

$$\Delta w_1 = (w_c + w^*) f_1 \Delta h;$$

$$f_1 = 0,018/km \text{ (R-Fehler)} \quad (14)$$

$$\Delta w_2 = w^* f_2 \Delta h; \quad f_2 = 0,072/\text{km} \text{ (w^*-Fehler)} \quad (15)$$

Δh ist die Abweichung von der Eichhöhe, f_1 und f_2 sind die in 3.31 berechneten Zahlenwerte des R-Fehlers bzw. des w^* -Fehlers.

Der Anzeigefehler Δw des Sollfahrtvariometers hat gemäss Abb. 10 den Fahrtfehler Δv^2 zur Folge, da die Sinkanzeige $w_p + w_m$, die zur theoretischen Sollfahrt v_s^2 führen müsste, erst bei der höheren Fahrt $v_s^2 + \Delta v^2$ kompensiert wird. Für die Steigung m der Sollfahrtgeraden $w_c(v^2)$ entnehmen wir der Abb. 10:

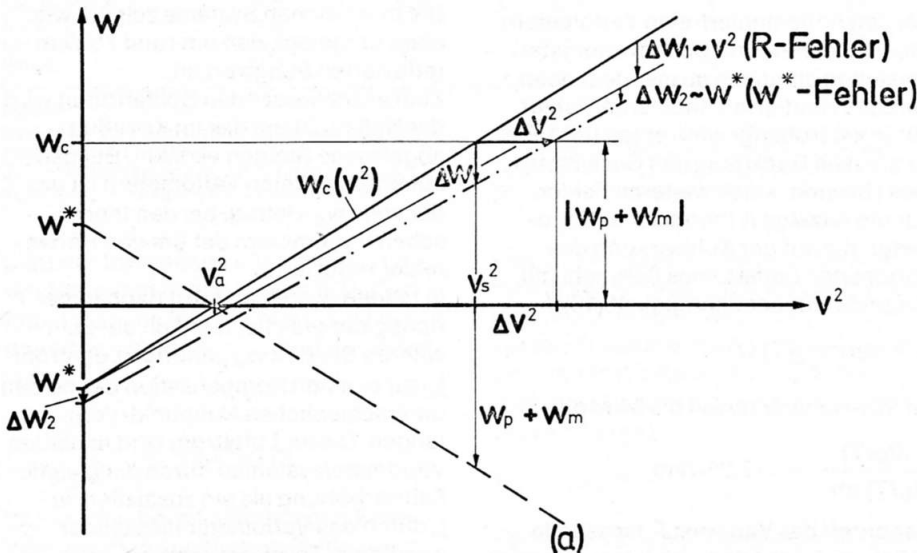


Abb. 10 Schematische Darstellung der fehlerfreien Sollfahrt-Geraden $w_c(v^2)$ (ausgezogen) und der durch Höhenfehler beeinflussten Sollfahrt-Geraden (strichpunktirt)

$$m = \Delta w / \Delta v^2 = w^* / v_a^2 = (w_c + w^*) / v^2 \quad (16)$$

Damit wird

$$\Delta v^2 = \Delta w / m = \Delta w_1 / m + \Delta w_2 / m \quad (17)$$

Wir setzen hier voraus, dass die Steigung der Kompensationsgeraden $w_c(v^2)$ trotz dem R-Fehler für die Fehlerabschätzung praktisch konstant bleibt. Dazu berechtigt der extrem kleine Zahlenwert des R-Fehlers von 1.8%/km Steigungsrückgang.

Wegen $\Delta v^2 = 2 v \Delta v$ ergibt sich aus (17) für den absoluten Sollfahrtfehler Δv

$$\Delta v = \Delta v^2 / (2v) = \Delta w_1 / (2vm) + \Delta w_2 / (2vm) \quad (18)$$

Einsetzen von (14), (15) und (16) liefert

$$\Delta v = 1/2 v \Delta h \left(f_1 + \frac{w^*}{w_c + w^*} f_2 \right) \quad (19)$$

Damit gilt für den relativen Sollfahrtfehler $\Delta v/v$, normiert auf das Höhenintervall Δh

$$\frac{\Delta v}{v \Delta h} = \frac{1}{2} \left(f_1 + \frac{w^*}{w_c + w^*} f_2 \right) \quad (20a)$$

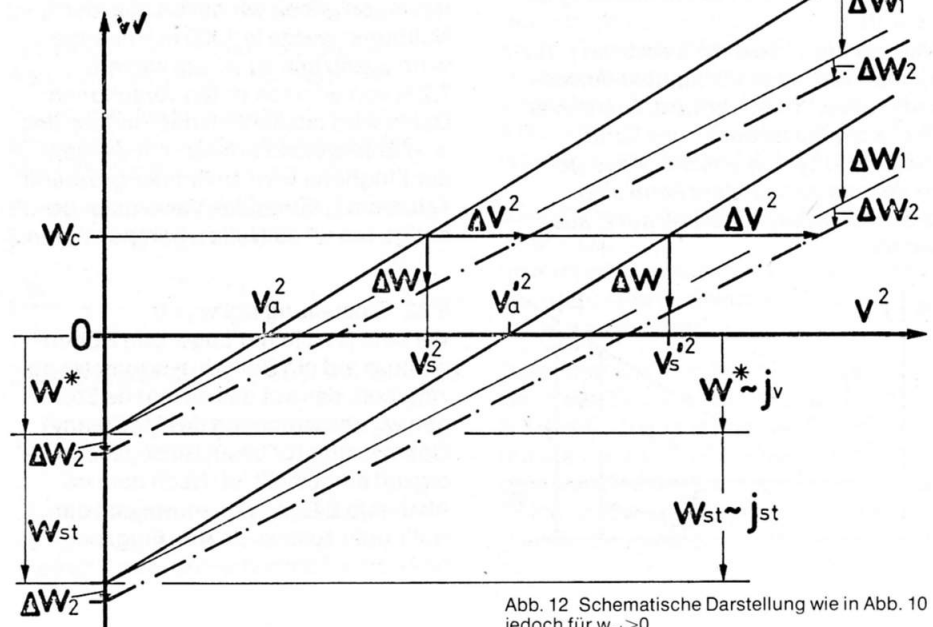
$$= 1/2 \left(f_1 + \frac{w^*}{m v^2} f_2 \right) \quad (20b)$$

$$= 1/2 \left(f_1 + (v_a/v)^2 f_2 \right) \quad (20c)$$

Die Fehleraussagen (20a), (20b) und (20c) sind gleichwertig. Die Form (20c) ist für uns die Nützlichste. Sie sagt aus, dass als einzige Flugzeug-typische Kenngrösse der Schnittpunkt v_a^2 der Kompensationsgeraden (c) durch die v^2 -Achse das Gewicht des w^* -Fehlers Δw_2 festlegt. Da der Zahlenwert für diesen Schnittpunkt v_a^2 nur wenig vom

Flugzeugtyp beeinflusst wird – v_a schwankt bei den gängigen Flugzeugen um 78 km/h $\pm 7\%$ – stellt (20c) bei Ansatz des Mittelwertes \bar{v}_a den Sollfahrtfehler unabhängig vom Flugzeugtyp dar.

Nach diesem Ergebnis (20) ist der Einfluss des Kapillaren-Fehlers auf den relativen Sollfahrtfehler konstant, nämlich $1/2 f_1 = 0,9\%/\text{km}$. Der w^* -Fehler entfällt bei den höhenfehlerfreien Dosen- bzw. Stauscheiben-Sollfahrtvariometern. Das wurde in 3.31 nachgewiesen. Diese Systeme sind



demnach ausschliesslich mit dem Kapillaren-Fehler behaftet. Der daraus resultierende Fahrtfehler führt also auf eine relative Überfahrt von nur 0,9%/km. Damit ist er für die Praxis vernachlässigbar.

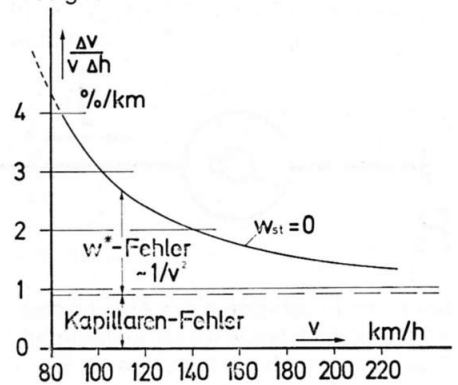


Abb. 11 Verlauf des relativen Fahrtfehlers $\frac{\Delta v}{v \Delta h}$ über der Geschwindigkeit v

Für die Sollfahrtvariometer, die mit thermischen Elektro-Variometern arbeiten, kommt zum Kapillaren-Fehler der w^* -Fehler hinzu. Nach (20) geht der aus dem w^* -Fehler resultierende relative Fahrtfehler mit $1/v^2$ zurück. So entsteht das Fehlerdiagramm in Abb. 11. Der im Bereich geringer Geschwindigkeiten relativ hohe w^* -Fehler fällt ab 140 km/h unter 2% ab.

Der w^* -Fehler ist auf einfache Weise durch eine der Höhe angepasste Korrektur der Nullpunkt-Absenkung w^* zu beheben. Mit diesem technisch problemlos durchführbaren Eingriff in das Sollfahrt-System kann der Gesamtfehler sicher unter 1,5%/km gehalten werden.

4.2 Einstellung auf $w_{st} > 0$

Infolge der zusätzlich eingestellten Nullpunktabsenkung um w_{st} wird die Sollfahrt zur höheren Geschwindigkeit v_s' verschoben, ebenso der Schnittpunkt der Kompensationsgeraden mit der v^2 -Achse von v_a nach v_a' . Das verdeutlicht Abb. 12.

Abb. 12 Schematische Darstellung wie in Abb. 10 jedoch für $w_{st} > 0$

Hier ist die Situation der Abb. 10 übernommen und dazu eine Absenkung um $w_{st} = 1,5 \cdot w^*$ dargestellt. Die Fehlergrößen sind der Deutlichkeit halber wieder stark überhöht gewählt. Analog zum oben dargelegten Rechengang führt das Einfügen des Summanden w_{st} zu w^* im Ansatz (14) für den Kapillarenfehler Δw_1 und im letzten der Ansätze (16) für die Steigung auf diese Fehlerausagen:

$$\frac{\Delta v'}{v' \Delta h} = 1/2 \left(f_1 + \frac{w^*}{w_c + w^* + w_{st}} f_2 \right) \quad (21a)$$

$$= 1/2 \left(f_1 + \frac{w^*}{m v'^2} f_2 \right) \quad (21b)$$

$$= 1/2 \left(f_1 + \frac{v_a^2}{v'^2} f_2 \right) \quad (21c)$$

Da die Kompensation der w_{st} -Verstellung durch den Luftstrom j , wie in 3.32 dargelegt, nur dem Kapillarenfehler f_1 unterliegt, geht jetzt folgerichtig das Gewicht des w^* -Fehler zurück. In den drei Fehlerausdrücken (21) ist der Faktor vor f_2 stets kleiner als in den entsprechenden Ausdrücken (20) des vorigen Rechenganges für $w_{st} = 0$. Das Fehlerdiagramm in Abb. 11 stellt also die obere Grenze für den relativen Fahrtfehler dar. So lesen wir z. B. aus dem Fehlerausdruck (21c) ab, dass sich der w^* -Fehler bereits bei $v'_s = \sqrt{2} v_s$ halbiert. Um im praktischen Einsatz die Sollfahrtfehler so klein wie möglich zu halten, werden die Kapillarensteigung und die Nullpunktabsenkung w^* nicht auf die Sollfahrtfunktion für Meereshöhe, sondern für die Mitte des in der Praxis benutzten Höhenintervalls eingestellt. Bei europäischen Verhältnissen – mit Ausnahme der Alpen – ist das die Höhe $h_0 = 1500$ m NN.

Damit bleiben die Fahrtfehler des Sollfahrtvariometers bis zu Flughöhen von 5 km vernachlässigbar gegenüber den übrigen Fehlerquellen des gesamten Systems. Von ihnen seien nur die Abweichungen von der Optimal-Polaren und die Pilotentoleranzen beim Nachfliegen der Sollfahrtkommandos genannt.

Es bleibt festzuhalten, dass die vorliegende Fehlerdiskussion den Anzeigefehler des Staudruck-Fahrtmessers nicht enthält. Da das Sollfahrtvariometer ohne Fahrtmesser auskommt, sind dessen Höhenfehler an dieser Stelle noch ohne Einfluss. Erst bei der Herleitung der Höhenfehler der anderen Sollfahrtssysteme in 5. und 6. wird auch der Fehler des Staudruck-Fahrtmessers aufgegriffen.

5. Der Sollfahrtfehler von Drucksonden-Sollfahrtsystemen

Das in solchen Systemen enthaltene

Drucksonden-Variometer liefert statt der wahren Vertikalgeschwindigkeit v ein Signal proportional zu qv . Der ebenfalls enthaltene Drucksonden-Fahrtmesser liefert statt der wahren Geschwindigkeit v ein dem Staudruck proportionales Signal qv^2 .

Da in Bordrechnern dieser Art ausschließlich die Sollfahrtfunktion in der Eichhöhe h_0 eingespeichert wird, treten nicht vernachlässigbare Sollfahrtfehler beiderlei Vorzeichens auf. Das belegt der folgende Rechengang anhand der Abb. 13.

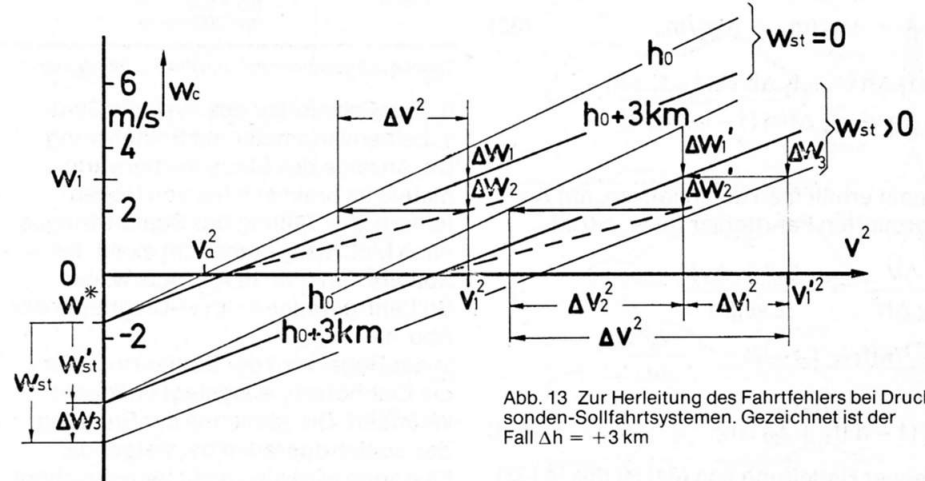


Abb. 13 Zur Herleitung des Fahrtfehlers bei Drucksonden-Sollfahrtsystemen. Gezeichnet ist der Fall $\Delta h = +3$ km

Die Sollfahrtfunktion $w_c(v^2)$ für $h = h_0$ und $w_{st} = 0$ ist dort als oberste Gerade eingetragen. Ihre Steigung sei m_0 . Entsprechend den Überlegungen aus 3.1 gilt für $h = h + \Delta h$ eine Sollfahrtgerade mit einer um 6%/km reduzierten Steigung m_h . Das ist in Abb. 13 für $h = 3$ km eingezeichnet.

Ein Sinken von $w_1 = 3$ m/s in $h = h_0 + 3$ km würde hier die theoretische Sollfahrt v_1^2 erfordern. Das Drucksonden-Variometer liefert infolge seines Dichteproportionalen Signals die um Δw_2 verminderte Anzeige. Die Elektronik vergleicht dieses zu kleine Sink-Signal mit der für $h = h_0$ eingespeicherten Sollfahrtfunktion und gibt dem Piloten den zu kleinen Staudruck $q(v_1^2 - \Delta v^2)$ vor. Die danach eingestellte Fahrt liegt dann um 5%/km höher als der in Abb. 13 ablesbare Abszissenpunkt $v_1'^2 - \Delta v^2$.

Der Fahrtfehler Δv^2 wird über die Steigung m_0 gewonnen:

$$m_0 = (\Delta w_1 + \Delta w_2) / \Delta v^2 \quad (22)$$

$$\Delta w_1 = f_1 \Delta h m_0 v^2 \quad (23)$$

mit $f_1 = -6\%/km$

$$\Delta w_2 = f_2 \Delta h (m_h v^2 - w^*) \quad (24)$$

mit $f_2 = -10\%/km$

Hierin sind m_h die Steigung der Höhen-Sollfahrtgeraden und der Klammerausdruck ihr Funktionswert. Für m_h gilt

$$m_h = m_0 (1 - f_1 \Delta h) \quad (25)$$

Damit wird

$$\Delta w_2 = f_2 \Delta h (1 - f_1 \Delta h) m_0 v^2 - f_2 \Delta h w^* \quad (26)$$

Einsetzen von (23) und (26) in (22) ergibt

$$\Delta v^2 = f_1 \Delta h v^2 + f_2 \Delta h v^2 - f_2 \Delta h \frac{w^*}{m_0} f_1 f_2 \Delta h^2 v^2 \quad (27)$$

Das letzte Glied ist klein von zweiter Ordnung, kann also vernachlässigt werden.

Mit $\Delta v^2 = 2v\Delta v$ und mit $w^*/m_0 = v_a^2$

erhält man aus (27) für den relativen, auf Δh normierten Fahrtfehler

$$\frac{\Delta v}{v \Delta h} = 1/2 (f_1 + f_2 - (v_a/v)^2 f_2) \quad (28)$$

Das ist die in Abb. 14 gestrichelt eingezeichnete Fehlerkurve b), die durch Addition des konstanten Fehlers der Staudruck-Sonde von +5%/km in die für $w_{st} = 0$ gültige Fehlerkurve a) übergeht.

Dieses Drucksonden-Sollfahrtsystem führt demnach unter 100 km/h auf eine zu hohe, darüber auf eine zu geringe Sollfahrt mit einem Toleranzbereich von rund $\pm 2\%/km$. Dies gilt nur für den Sollfahrt-Flug mit $w_{st} = 0$.

Für ein erflogenes Steigen w_{st} ist die Sollfahrtgerade um w_{st} nach unten zu verschieben. In Abb. 13 liest man die zu w_1 passende theoretische Sollfahrt $v_1'^2$ ab.

Das Drucksonden-Variometer zeigt statt w_{st} den zu geringen Wert w'_{st} an:

$$w'_{st} = (1 - f_2 \Delta h) w_{st}$$

Dieser Wert wird im Sollfahrtsystem eingestellt, so dass die Sollfahrtgerade um Δw_3 zu wenig abgesenkt wird. Das führt auf den in Abb. 13 eingezeichneten ersten Fahrtfehler Δv_3^2 . Hinzu kommt der Fahrtfehler Δv_2^2 , der sich ebenso begründen und berechnen lässt wie der oben behandelte Fahrtfehler Δv^2 für den Sonderfall $w_{st} = 0$.

Normiert man $w_{st}/w^* = n$, so ergibt sich aus Abb. 13

$$\Delta w'_1 = f_1 \Delta h m_o v^2 \quad (29)$$

$$\Delta w'_2 = f_2 \Delta h m_h v^2 - f_2 \Delta h w^* -$$

$$f_2 \Delta h n w^* (1 - f_2 \Delta h) \quad (30)$$

$$\Delta w_3 = f_2 \Delta h n w^* \quad (31)$$

Daraus folgen

$$\Delta v^2_1 = \Delta w_3/m = \frac{f_2 \Delta h n v_a^2}{1 - f_1 \Delta h} \approx f_2 \Delta h n v_a^2 (1 + f_1 \Delta h) \quad (32)$$

$$\Delta v^2_2 = \Delta w'_1/m_o + \Delta w'_2/m_o \quad (33)$$

$$= f_1 \Delta h v^2 + f_2 \Delta h v^2 (1 - f_1 \Delta h) - f_2 \Delta h v_a^2 - f_2 \Delta h n (1 - f_2 \Delta h) v_a^2$$

Damit erhält man den relativen, auf Δh normierten Fahrtfehler für $w_{st} > 0$ zu

$$\frac{\Delta v}{v \Delta h} = \frac{\Delta v^2_1 + \Delta v^2_2}{2 v^2 \Delta h} = 1/2 (f_1 + f_2) - 1/2 \frac{v_a^2}{v^2} f_2 (1 - n (f_1 + f_2) \Delta h) \quad (34)$$

Bei der Herleitung von (34) ist das in (33) enthaltene Glied mit dem $f_1 \cdot f_2$ -Produkt wieder vernachlässigt worden. Der von v unabhängige Fehler der Staudruck-Sonde ist wieder zu addieren. Dem konstanten Fehler von

$$\frac{f_1}{2} + \frac{f_2}{2} + 5\%/km = -3\%/km$$

überlagert sich wieder ein mit $1/v^2$ fallender Term. Für $n = 0$ geht (34) in (28) über.

Der Zahlenwert von w^* liegt bei den gängigen Flugzeugtypen bei (1.5 ± 0.5) m/s. Für sehr gutes Streckenwetter mit $w_{st} = 3$ m/s wird dann $n = 2$. Die Fehlerkurve c) in Abb. 14 stellt diesen Fall dar. Schwächere Wetterlagen führen auf Fehlerkurven zwischen a) und c). Es resultiert ein Gesamtfehler, der bei niedrigen Geschwindigkeiten auf eine zu hohe Sollfahrt führt. Bei hohen Geschwindigkeiten wird zu langsam geflogen. Die Fehler bleiben im Toleranzstreifen $\pm 2\%/km$.

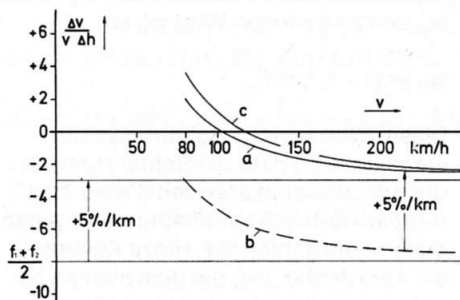


Abb. 14 Relativer Sollfahrtfehler für Drucksonden-Sollfahrtgeber

- a) Fehler mit Einbeziehung der Staudruck-
- b) Fehler ohne Fehlmessung
- c) wie a, jedoch bei Sollfahrtflug mit $w_{st} = 3$ m/s (Ordinatenteilung in $\%/km$)

Sollfahrt-System	Relativer Sollfahrtfehler ($\%/km$)	Bemerkungen
Stauscheiben-Variometer mit McCready-Ring	+2	Nicht abhängig von v und w_{st}
Stauscheiben-Variometer mit Sollfahrt-Kapillare nach Brückner	+0,9	Nicht abhängig von v und w_{st} Auch gültig für elektr. Dosenvariometer mit Sollfahrt-Kapillare
Thermoelekt. Variometer mit Sollfahrt-Kapillare nach Brückner	+3,5 (bei 90 km/h) bis +1,4 (bei 200 km/h)	Mit einfacher Höhenkorrektur des w^* -Fehlers reduzierbar auf +1,5%/km. Dann nicht mehr abhängig von v und w_{st}
Drucksonden-Sollfahrtsystem	+ 2 (bei 90 km/h) bis -2,2 (bei 200 km/h)	Höhenkorrektur der eingespeicherten Sollfahrt-Funktion aufwendig

Tabelle 2 Zusammenstellung der Sollfahrtfehler

6. Der Fahrtfehler des Systems Stauscheibenvariometer mit Sollfahrtring Die Anzeige des Stauscheibenvariometers ist praktisch frei von Höhenfehlern. Die Teilung des Sollfahrtringes nach McCready entspricht exakt der Sollfahrtfunktion in Abb. 2 bzw. der Sollfahrtgeraden a) im v^2 -Diagramm der Abb. 4.

In der Regel wird der Sollfahrtring für die Eichhöhe h_o ausgelegt und nicht verändert. Die Abnahme der Steigung der Sollfahrtgeraden bei steigender Flughöhe wird also nicht berücksichtigt. Von den in 5.1 auftretenden Systemfehlern bleiben ausschliesslich der auf Δw_1 zurückgehende relative Fahrtfehler

$$\frac{f_1}{2}$$

und der ebenfalls in 5.1 behandelte Staudruckfehler von $\pm 5\%/km$:

$$\frac{\Delta v}{v \Delta h} = \frac{f_1}{2} + 5\%/km = +2\%/km$$

Beim Sollfahrtflug nach Stauscheiben mit Sollfahrtring wird um $2\%/km$ zu schnell geflogen.

7. Zusammenfassung

Nach einer kurzen Darstellung der Wirkungsweise des Sollfahrvariometers in 2. wird die theoretische Sollfahrt bei steigender Flughöhe in 3.1 hergeleitet. Die Darstellbarkeit der Sollfahrtfunktion in Form einer Geraden über v^2 vereinfacht dabei den Rechengang.

Die Höhen-Fehlanzeigen des Sollfahrvariometers beim Flug mit der theoretisch richtigen Sollfahrt und die daraus resultierenden Sollfahrt-Fehler werden in 3.3 bzw. 4. behandelt.

Nach dem gleichen Verfahren werden in 5. und 6. die Höhen-Sollfahrtfehler der übrigen Systeme erfasst. Die Tabelle 2 stellt die Ergebnisse zusammen.

Danach ist der Höhen-Sollfahrtfehler der mit Sollfahrt-Kapillare ausgerüsteten Stauscheiben- und Dosenvariometer mit $0,9\%/km$ vernachlässigbar.

Auch der Höhen-Sollfahrtfehler des am häufigsten verwendeten Systems Stauscheibenvariometer mit McCready-Ring bleibt mit $+2\%/km$ in tragbaren Grenzen.

Das thermisch arbeitende Elektrovariometer hat im Bereich geringer Geschwindigkeit einen beträchtlichen Fehler von $+3,5\%/km$, der mit $1/v^2$ auf $+1,4\%/km$ bei 200 km/h abfällt. Durch die in 4.1 erwähnte, einfache Höhenkorrektur des w^* -Fehlers lässt sich der Sollfahrtfehler dieses Systems unter $+1,5\%/km$ halten.

Der in 5. abgehandelte Sollfahrtfehler der Drucksonden-Sollfahrtsysteme hat wechselndes Vorzeichen: im Bereich geringer Geschwindigkeit wird ca. $2\%/km$ zu schnell, bei hohen Geschwindigkeiten wird ca. $2\%/km$ zu langsam geflogen. Die Sollfahrtfehler sind in geringem Masse vom eingestellten w_{st} -Wert abhängig. Eine Höhenkorrektur der eingespeicherten Sollfahrtfunktion zur Verkleinerung der Sollfahrtfehler erscheint schwierig.

Literatur

1. Pirker, Herbert: Über die Reisegeschwindigkeit von Segelflugzeugen, 2. Teil: Der Delphinflug, Flugsportzeitung (Österreich) 4/1975, Heft 1.
2. Reichmann, Helmut: Streckensegelflug, Motorbuchverlag, Stuttgart 1975.
3. Meyer, Richard: Segelflug im Delphinstil, Schweizer Aero Revue, Basel 1975, Heft 12.
4. Brückner, Egon: Deutsches Bundespatent 22 27 600, München 1972.
5. Brückner, Egon: Vereinfachter Streckenflug mit Netto-Variometer und Sollfahrtgeber, Luftsport 8/1973, Heft 3.
6. Westerboer, Ingo: Elektronische Entwicklungen für den Leistungssegelflug, OSTIV Publication XII.
7. Glöckl, Hans: Instrumenten-Neuheit mit ungeahnten Möglichkeiten, Deutscher Aero Kurier 18/1974, Heft 2.
8. Reichmann, Helmut: Das Sollfahrt-Variometer, Deutscher Aero Kurier 18/1974, Heft 5.
9. Westerboer, Ingo: Grundlagen und Anwendung der Sollfahrt im Segelflug, Mitteilungen der Fachhochschule Regensburg, 1976, Heft 2.
10. Öye, Stig: Private Mitteilung, 1973.
11. Haubenhofer, Max: Flugphysik des Höhenfluges, in Mitteilungen des Verbandes der Akademischen Fliegergruppen Österreichs, Graz 1971, Heft 3, S. 32 bis 48.
12. Merklein, H.J.: Maschinelle Datenverarbeitung bei Flugleistungsmessungen, Schweizer Aero Revue, Basel 1961, Heft 3.
13. Reichmann, Helmut: Zum Problem der Fahrtoptimierung im Streckensegelflug, Dissertation 1976, Interner Bericht des Instituts für Praktische Mathematik der Universität Karlsruhe Nr. 76/2.